De stemverhoudingen in de Europese ministerraad

Informele notitie door Tom Koornwinder, versie van 30 april 2005

Korteweg-de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam; email `thk@science.uva.nl`

Inleiding

De natuurkundige Karol Zyczkowski en de wiskundige Wojciech Słomczyński, beiden uit Polen, publiceerden in mei 2004 een preprint [6] (zie ook een kortere samenvatting [2]), waarin zij betogen dat de stemverhoudingen tussen de landen in de ministerraad van de Europese Unie niet overeenkomen met de daadwerkelijke invloed die de verschillende landen op grond van hun bevolkingsaantallen zouden moeten hebben in die raad. Hun kritiek betreft zowel de nu gangbare praktijk die vastgelegd is in het verdrag van Nice, als de toekomstige praktijk volgens de EU-grondwet (in de concept-versie van begin 2004). Een grotere groep Europese wetenschappers stuurde in mei 2004 een open brief [3] van dezelfde strekking aan de regeringen van de EU-lidstaten.

In juni 2004 werd op een EU-top de concept-grondwet bijgesteld, ondermeer wat betreft de regels wanneer een voorstel in de EU-raad zal zijn aangenomen. Bovendien heeft de EU inmiddels besloten dat Roemenië en Bulgarije to de EU zullen worden toegelaten. Door beide ontwikkelingen zijn de gebruikte getallen in [6] niet meer correct. In een kort artikel van Werner Kirsch [1] staat een bijgewerkte tabel.

De conclusies en aanbevelingen in genoemde stukken worden bereikt op grond van wiskundige redenering. De zaken blijken dan wat subtieler te liggen dan de gemakkelijke oplossing om ieder land stemgewicht te geven evenredig met het aantal inwoners van dat land. In dit stukje geef ik enige uitleg van deze zaken.

De wet van Penrose

Als er in Nederland verkiezingen zijn, dan zullen veel mensen denken: “Waarom zal ik gaan stemmen? Het heeft toch nauwelijks invloed op de uitslag of ik wel of niet mijn stem uitbreng.” En je zult dat misschien nog eerder denken als je in een groter land (d.w.z. met meer inwomers) woont, zeg in Duitsland. Stel bijv. dat er een landelijk referendum wordt gehouden. Iedere kiezer moet dan een *ja* of een *nee* uitspreken. Je zult dan geneigd zijn te denken: als er in land A 10 keer zoveel kiezers zijn als in land B, dan heeft een kiezer in land A maar $\frac{1}{10}$ keer zoveel invloed op de uitslag van het referendum als een kiezer in land B. Verrassenderwijs zegt de *wet van Penrose* (dit is Lionel Penrose, vader van de bekende Engelse wis- en natuurkundige Roger Penrose) dat dit toch wat gunstiger uitpakt voor een kiezer in het grote land: de kiezer in land A heeft $\frac{1}{\sqrt{10}} \approx 0,32$ zoveel invloed op de einduitslag als in land B.

Om de wet van Penrose algemeen te formuleren, moeten we eerst zeggen wat we bedoelen met de invloed van de kiezer op de uitslag. Laten we veronderstellen dat het referendum aangenomen is als er meer stemmen voor dan tegen zijn, en dat het anders verworpen is. Dus je stem zal alleen invloed hebben als je op de wip zit. Bij 10 kiezers is dat het geval als van de andere 9 er 5 voor en 4 tegengestemd hebben. Bij 11 kiezers zit je op de wip als van de andere 10 er 5 voor en 5 tegengestemd hebben. Er is dus een klein verschil in de analyse tussen het geval met een even aantal kiezers en met een oneven aantal, maar het zal voor de conclusie niet uitmaken. Wat is nu de kans dat je bij een referendum met n kiezers op de wip zit? Het verrassende antwoord is:

$$\text{ongeveer} \quad \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{4n}\,. \tag{1}$$

Hierbij nemen we aan dat jij een van de n kiezers bent en dat de overige $n-1$ kiezers geheel onafhankelijk van elkaar hun stem uitbrengen en elk met kans $\frac{1}{2}$ voor stemmen.

Kijk voor nader inzicht naar het volgende. Werp n keer achter elkaar een munt, waarbij er gelijke kans $\frac{1}{2}$ op kruis of munt is. Je noteeert bij zo'n serie van n worpen hoeveel keer je kruis hebt gegooid. Dat aantal is dus een van de waarden $0, 1, \ldots, n$. Nu maak je een tabel met onder elkaar de getallen $0, 1, \ldots, n$, je herhaalt het experiment van n keer een munt werpen een groot aantal malen, en na elke serie van n worpen zet je in je tabel een streepje achter de bereikte waarde (het aantal keren dat kruis in die serie is geworpen). Je zult zien dat dan ongeveer in $\sqrt{\frac{2}{\pi n}}$ maal het aantal worpseries de score $n/2$ (als n even) of $(n+1)/2$ (als n oneven) is behaald.

Er zijn ook exacte formules voor deze kansen. Allereerst hebben we de getallen $n!$ (spreek uit "n-faculteit"):

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \times 2, \quad 3! = 1 \times 2 \times 3, \qquad \ldots, \qquad n! = 1 \times 2 \times \cdots \times (n-1) \times n.$$

Als je n keer een munt werpt dan heb je als uitkomst een rijtje van n enen en nullen (1 staat voor kruis, 0 staat voor munt). Er zijn 2^n mogelijke rijtjes van n enen en nullen. Onder die 2^n rijtjes kun je het aantal rijtjes waarin precies k enen (en dus $n-k$ nullen) voorkomen schrijven als

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\,.$$

Hier is $\binom{n}{k}$ (spreek uit "n kies k") de zogenaamde *binomiaalcoëfficiënt*. Elke binomiaalcoëfficiënt kan met bovenstaande formule worden uitgerekend als een positief geheel getal. Het zijn precies de getallen die in de bekende *driehoek van Pascal* voorkomen.

Er volgt nu onmiddellijk dat de kans om uit alle rijtjes van n nullen en enen een rijtje te trekken met precies k nullen en enen gelijk is aan

$$\frac{1}{2^n}\binom{n}{k}.$$

We hebben hier aangenomen dat de kans op kruis en munt gelijk zijn, dus allebei $\frac{1}{2}$. We hebben hier een speciaal geval van de *binomiale verdeling* (zie bijv. [5]).

Voor $n!$ bestaat er een schatting met een functie van n die in zekere zin eenvoudiger is:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\,\frac{n^n}{e^n} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{12n}\,. \tag{2}$$

Dit is de *formule van Stirling* (zie bijv. [4]). De relatieve fout wordt dus kleiner naarmate n groter wordt.

Uit formule (2) kunnen we nu een schatting berekenen voor de kans dat je als kiezer op de wip zit. Neem n, het totaal aantal kiezers, oneven, zeg gelijk aan $n = 2m+1$. Dan geeft jouw stem de doorslag als m van de overige $2m$ kiezers ja hebben gezegd (als het ware 1 met de munt hebben geworpen). Het aantal rijtjes van lengte $n = 2m$ waarin m keer een 1 (ja) voorkomt is

$\binom{2m}{m}$. Deel je dit getal door het aantal rijtjes van lengte $n = 2m$, dit is 2^{2m}, dan heb je de kans dat een kiezer doorslaggevend is (op de wip zit). Substitutie van formule (2) in deze formule voor de kans geeft

$$\frac{1}{2^{2m}}\binom{2m}{m} = \frac{(2m)!}{2^{2m}\, m!\, m!} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{8m}\,. \tag{3}$$

Als we het totaal aantal van n kiezers even, zeg $n = 2m$, hadden genomen. dan komen we voor de kans dat van de $2m - 1$ andere kiezers er m voor hebben gestemd (dit is de situatie dat jij op de wip zit) uit op

$$\frac{1}{2^{2m-1}}\binom{2m-1}{m} = \frac{(2m-1)!}{2^{2m-1}\, m!\,(m-1)!} = \frac{(2m)!}{2^{2m}\, m!\, m!} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{8m}\,. \tag{4}$$

Als we in het antwoord van (3) $n = 2m + 1$ substitueren of in het antwoord van (4) $n = 2m$, dan komen we uit op het reeds in formule (1) vermelde resultaat: de kans dat een kiezer op de wip zit.

Discussie Het volgende is een illustratie van de invloed die de individuele kiezer in een land zoals Nederland heeft. Bijvoorbeeld bij tienmiljoen kiezers (als in Nederland iedere stemgerechtigde zou meedoen) heb je volgens formule (1) een kans van ca. 1 op de 4000 om op de wip te zitten bij een referendum. Bij vijftigmiljoen kiezers (Duitsland) is je kans om op de wip te zitten ongeveer 1 op de 9000. Laten we nog even doorpraten over het Nederlandse geval (tien miljoen kiezers). Je hebt op de wip gezeten als achteraf blijkt dat de overige kiezers tot een "gelijk spel" (aantal voorstemmers minus het aantal tegenstemmers is 1) zijn gekomen. Gemiddeld eens in de 4000 keer zul je bij een landelijk referendum op die wip komen. Maar die keer heeft dan de helft van je medestemmers ook op de wip gezeten: als het aantal voorstemmers precies gelijk is aan het aantal tegenstemmers, dan heeft iedere tegenstemmer op de wip gezeten; als er twee meer voor dan tegen gestemd hebben, dan heeft elke voorstemmer op de wip gezeten. Dus eens in de 2000 keer blijkt de helft van de kiezers op de wip te hebben gezeten, maar de andere 1999 keer heeft niemand op de wip gezeten. Hadden die andere 1999 referenda dan net zo goed niet kunnen worden gehouden? Dat is natuurlijk absurd.

Je zou ook bezwaar kunnen maken tegen de aanname dat alle andere kiezers random hebben gestemd en dat alleen jij (hopelijk op de wip zittend) een gefundeerde en zeer verantwoordelijke stem gaat uitbrengen. Maar zo is het natuurlijk niet bedoeld. Er wordt verondersteld dat in een zeer grote serie van referenda elke kiezer, geheel onafhankelijk van de andere kiezers zijn keuze makend, gemiddeld in de helft van de keren voor en in de helft van de keren tegen zal stemmen. In de praktijk zullen de kiezers zich wel door elkaar laten beïnvloeden (of liever gezegd, zullen groepen kiezers dezelfde invloed ondergaan, wat zal leiden tot een zelfde keuze).

De gewichtenverdeling in de Europese ministerraad

In de Europese ministerraad wordt geregeld gestemd. Elk land in de Europese Unie is in de ministerraad vertegenwoordigd met 1 stem, maar er kan worden bepaald dat niet alle stemmen even zwaar wegen. Bijvoorbeeld kan een land een stemgewicht krijgen dat evenredig is met het aantal inwoners van dat land. Als het stemgewicht voor elk land is vastgesteld, dan worden de stemmen voortaan met deze gewichten geteld. Dan is de volgende vraag boven welk percentage van het totaal aantal stemmen de EU-ministerraad moet komen om een voorstel aan te nemen. Dit percentage hoeft niet persé 50% te zijn. Het kan hoger worden genomen.

Laten we eerst naar de gewichten kijken. Laten we van de denkbeeldige situatie uitgaan dat over elk voorstel in de EU-raad eerst in elk EU-land een referendum wordt gehouden, waarvan de uitslag een meerderheidsbeslissing is, en dat elk land in de EU-raad stemt volgens de uitslag van dat referendum. Dus elke minister stemt in de EU-raad conform de meerderheid in het land dat hij vertegenwoordigt. Laten we ook aannemen dat in elk land elke stemgerechtigde een geldige stem voor of tegen het referendum uitbrengt. Schrijf n_i voor het aantal stemgerechtigden in land i en schrijf w_i voor het stemgewicht van land i in de EU-raad. Een burger van land i heeft bij het referendum in zijn eigen land een invloed op de uitslag die evenredig is met $\frac{1}{\sqrt{n_i}}$, zie formule (1). Maar omdat zijn land in de EU-raad stemgewicht w_i heeft, heeft de burger van land i in die raad een invloed op de uitslag die evenredig is met $\frac{w_i}{\sqrt{n_i}}$. Dit laat onmiddellijk zien dat een systeem met elk land hetzelfde gewicht oneerlijk is voor de burgers van de grote landen, maar dat een systeem met gewichten evenredig met het aantal stemgerechtigden de burgers van de grote landen erg bevoorrecht, want dan heeft een burger uit land i een invloed evenredig met $\sqrt{n_i}$ op de beslissing in de EU-raad. Precies eerlijk lijkt het om de gewichten w_i evenredig te maken met $\sqrt{n_i}$. Dan heeft de burger van elk EU-land een gelijke invloed op de beslissing in de EU-raad.

Het minimum aantal vereiste stemmen voor aanname van een voorstel

Toch is de redenering hierboven nog te oppervlakkig. Een eenvoudig voorbeeld zal dit duidelijk maken. Stel we hebben maar 3 landen A, B en C, waarbij landen B en C een gelijk aantal stemgerechtigden hebben, maar land A 9 keer zoveel stemgerechtigden heeft als land B. Volgens de hierboven geformuleerde regel krijgt land A in de raad van drie landen dus een drie keer zo groot gewicht als de landen B en C. Zeg dus dat land A gewicht 60 krijgt en landen B en C gewicht 20. Als dan voorstellen in de raad aangenomen worden met gewone meerderheid van stemmen (naar gewichten), dus met meer dan 50 stemmen, dan zal A altijd op de wip zitten, wat B en C ook stemmen, maar land B en land C zullen nooit op de wip zitten.

Zeggen we echter dat een voorstel is aangenomen zodra het meer dan 60 stemmen heeft behaald, dan kunnen we als volgt redeneren. Voor ieder land zijn er 4 mogelijkheden van stemgedrag van de twee andere landen. Land A zit op de wip als B en C voor stemmen of als B voor en C tegen is of als B tegen en C voor is. Maar de stem van land A heeft geen effect als B en C beide tegen zijn. Er is dus een kans $\frac{3}{4}$ dat land A invloed heeft op de beslissing. Voor land B geldt dat het op de wip zit als A voor is en C tegen. Maar als A en C allebei voor zijn of als A tegen is en C voor of als A en C allebei tegen zijn dan heeft de stem van land B geen effect. Er is dus een kans van $\frac{1}{4}$ dat land B invloed heeft op de beslissing. Voor land C is er een even grote kans. Zo is het precies eerlijk. Want voor de burgers van landen A, B en C verhouden de invloeden op de referendumuitslag zich als $1 : 3 : 3$, maar voor die landen verhouden de invloeden op de beslissing in de raad zich als $3 : 1 : 1$, dus wanneer we deze twee verhoudingsrijen combineren dan heeft de burger uit elk van de drie landen even grote invloed op de beslissing in de raad.

In het algemeen kunnen we in een Raad waarin de leden volgens bepaalde gewichten stemmen en voorstellen worden aangenomen boven een bepaalde drempel van de gewogen stemmen, spreken van de zogenaamde *Banzhaf-index*. Bij een Raad met n leden is de *absolute Banzhaf-index*

B_i van lid i het gemiddelde aantal keren (genomen over alle 2^{n-1} mogelijkheden van stemgedrag van de andere $n-1$ leden) dat de stem van lid i het verschil uitmaakt tussen aannemen en niet aannemen van een voorstel. De *genormaliseerde Banzhaf-index* β_i van lid i is B_i gedeeld door $B_1+B_2+\cdots+B_n$. We kunnen β_i natuurlijk ook in procenten uitdrukken. Deze genormaliseerde Banzhaf-index β_i geeft de effectieve stemmenmacht van lid i van de Raad.

Toepassing op de EU-ministerraad

In de voorstellen door de wetenschappers in [6], [2] en [3] worden de stemgewichten in de EU-raad evenredig genomen met de wortels uit de bevolkingsaantallen van de landen. In de met Bulgarije en Roemenië uitgebreide EU variëren deze gewichten dan van 9,54% voor Duitsland tot een gewicht 0,66% voor Malta. Nederland krijgt 4,23%. In [6] wordt dan een drempel bepaald waarboven het aantal stemmen (met gewichten) van de EU-raad moet komen om een voorstel aan te nemen. Deze drempel wordt zo bepaald dat de verhoudingen tussen de invloeden op de beslissingen nagenoeg dezelfde zijn als de verhoudingen tussen de wortels uit de bevolkingsaantallen. Wonderlijk genoeg blijkt bij een drempel van 62% (in de EU nog zonder Bulgarije en Roemenië) deze gewenste situatie nagenoeg bereikt te worden.

Laten we hun voorstel vergelijken met het verdrag van Nice en met de EU-grondwet.

Verdrag van Nice Hierin zijn de spelregels vastgelegd die zullen blijven gelden zolang niet alle EU-landen de grondwet hebben bekrachtigd.

- Het aantal stemmen per land is: Duitsland, Frankrijk, UK, Italië 29; Spanje, Polen 27; Roemenië 14; Nederland 13; Griekenland, Portugal, Belgie, Tsjechië, Hongarije 12; Zweden, Oostenrijk, Bulgarije 10; Denemarken, Slowakije, Finland, Ierland, Litauen 7; Letland, Slovenië, Estland, Cyprus, Luxemburg 4; Malta 3.
- Voorstellen worden aangenomen met minstens 72% van de gewogen stemmen.
- Het bevolkingsaantal van de landen die voor hebben gestemd moet minstens 62% van de totale EU-bevolking zijn.
- Meer dan de helft van de lidstaten moet voor zijn.

EU-grondwet De volgende regels zouden gaan gelden als de EU-grondwet van kracht wordt:

- De stemgewichten zijn evenredig met de bevolkingsaantallen.
- Het bevolkingsaantal van de landen die voor hebben gestemd moet minstens 65% van de totale EU-bevolking zijn.
- Minstens 55% van de lidstaten moet voor zijn en bovendien moeten minstens 15 staten voor zijn.
- Als op hoogstens drie staten na alle staten voor stemmen, dan is het voorstel aangenomen, ook als de meerderheid minder dan 65% van de EU-bevolking vertegenwoordigt.

Hieronder staan de resultaten in de drie verschillende systemen getabelleerd voor de 8 EU-landen met het grootste inwonertal (bron [1]).

land	Nice gewicht	Nice genorm. Banzhaf index	EU-grondwet gewicht (evenredig met inwonertal)	EU-grondwet genorm. Banzhaf index	voorstel wetenschappers gewicht (evenredig met wortel bevolkingsaantal)
Duitsland	8,41	7,78	17,08	11,87	9,54
Frankrijk	8,41	7,78	12,34	8,73	8,11
UK	8,41	7,78	12,28	8,69	8,09
Italië	8,41	7,78	11.86	8,44	7,95
Spanje	7,83	7,42	8,60	6,38	6,77
Polen	7,83	7,42	7,91	5,89	6,49
Roemenië	4,06	4,26	4,51	4,22	4,90
Nederland	3,77	3,97	3,35	3,51	4,23

Hoe in het voorstel van de wetenschappers de genormaliseerde Banzhaf-index uitvalt, hangt af van de keuze van de drempel. In [6] werd de drempel op 62% gesteld. Dan viel voor elk land het stemgewicht (evenredig met de wortel van het bevolkingsaantal) nagenoeg samen met de genormaliseerde Banzhaf-index. Als Roemenië en Bulgarije erbijgenomen worden, dan zal waarschijnlijk na een kleine verandering in de drempel een zelfde resultaat berekend kunnen worden.

In bovenstaande tabel moet je vooral letten op de tweede, vierde en vijfde (laatste) kolom. De laatste kolom geeft per land een resultaat dat als eerlijk beschouwd kan worden. Landen die daar dan in de tweede of vierde kolom boven zitten, worden bevoordeeld, en landen die er onder zitten, worden benadeeld. De vier grootste landen worden benadeeld volgens het verdrag van Nice en bevoordeeld (vooral Duitsland) volgens de grondwet. Nederland wordt volgens Nice en nog meer volgens de grondwet benadeeld!

Referenties

[1] W. Kirsch, *The new qualified majority in the council of the EU. Some comments on the decisions of the Brussels summit*, 2004, `http://silly.if.uj.edu.pl/~karol/kzother.htm`.

[2] W. Kirsch, M. Machover, K. Zyczkowski & W. Słomczyński, *Voting in the EU Council — a Scientific Approach*, 2004, `http://silly.if.uj.edu.pl/~karol/pdf/KMSZ04.pdf`.

[3] Scientists for a democratic Europe, *Letter to the governments of the EU member states*, 2004, `http://www.ruhr-uni-bochum.de/mathphys/politik/eu/open-letter.htm`.

[4] E. W. Weisstein, *Stirling's approximation*, from MathWorld—A Wolfram Web Resource, `http://mathworld.wolfram.com/StirlingsApproximation.html`.

[5] E. W. Weisstein, *Binomial distribution*, from MathWorld—A Wolfram Web Resource, `http://mathworld.wolfram.com/BinomialDistribution.html`.

[6] K. Zyczkowski & W. Słomczyński, *Voting in the European Union: The square root system of Penrose and a critical point*, 2004, `http://www.arxiv.org/abs/cond-mat/0405396`.