Kun je deze?

Op de puzzeltjes uit de vorige nieuwsbrief heb ik heel mooie oplossingen mogen ontvangen. Geen van de inzenders had moeite met het bepalen van de waarde van de 26 euromunten. Er zijn minstens zeven munten van 1 cent, minstens acht van 2 cent en minstens elf van 5 cent. In totaal zijn er maar $7 + 8 + 11 = 26$ munten, dus samen zijn de munten $7 + 16 + 55 = 78$ cent waard.

Dat meneer X op het feestje precies vijf anderen de hand schudde werd heel elegant aangetoond door Elly Dobber. Meneer X schudde x mensen de hand en de negen andere aanwezigen: $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ hebben respectievelijk $9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ keer handen geschud. Nadat A de negen anderen de hand heeft geschud gaat hij naar de bar om een slokje te drinken, evenals I die niemand anders de hand meer te schudden heeft. Daarna moeten B, C, D, E, F, G, H en X onderling nog $7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ en $x-1$ keer handen schudden. Nadat B en H hun 'taak' volbracht hebben en eveneens richting de bar zijn gegaan, moeten de overblijvers C, D, E, F, G en X nog respectievelijk $5, 4, 3, 2, 1$ en $x - 2$ maal handen schudden. Na nog twee ronden blijven E en X over en moeten elkaar nog respectievelijk 1 en $x - 4$ maal de hand schudden, zodat $x = 5$.

Dat het middelen in slechts vier zetten kan, werd aangetoond door Matthijs Brouwer. Noem de vier getallen a, b, c en d. Omdat het getal $a + b + c + d$ een viervoud is, is een even aantal van de vier getallen oneven. We mogen dus aannemen dat a en b dezelfde pariteit hebben, evenals c en d. Middelen we in de eerste zet a en b en in de tweede zet c en d, dan ontstaat het viertal $\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}, \frac{c+d}{2}, \frac{c+d}{2}$. Omdat de som van deze vier getallen een viervoud is, hebben $\frac{a+b}{2}$ en $\frac{c+d}{2}$ dezelfde pariteit, zodat we na nog twee zetten kunnen uitkomen op viermaal het getal $\frac{a+b+c+d}{4}$.

Na loting uit de beste inzendingen is uiteindelijk Lennart de Vries als winnaar getrokken en hij zal spoedig de uitgeloofde boekenbon ontvangen. Gefeliciteerd!

Hieronder volgt een nieuw drietal puzzels. Oplossingen mogen worden ingezonden[1]) vóór 1 april 2004. Voor de beste inzending is wederom een boekenbon beschikbaar.

Pionnenspel
We spelen een spel waarbij op ieder roosterpunt (i, j) met $i, j \in \mathbb{Z}$ een pion mag staan. In de beginsituatie staat er enkel een pion op positie $(0, 0)$. We mogen nu telkens de volgende zet doen: als er een pion staat op positie (i, j) en de posities $(i + 1, j)$ en $(i, j + 1)$ zijn *niet* bezet, dan mogen we de pion op positie (i, j) verwijderen en pionnen neerzetten op posities $(i + 1, j)$ en $(i, j + 1)$. Het doel is om in een eindig aantal zetten alle posities (i, j) met $i + j \leq 2$ vrij te maken van pionnen. Kan dat?

Estafette
Verdeeld langs een parcours van 1 km staan twaalf hardlopers opgesteld. Na het weerklinken van het startschot beginnen ze allemaal te lopen. Sommigen lopen met de klok mee, anderen tegen de richting van de klok in, maar allemaal met precies dezelfde snelheid van 12 kilometer per uur. Als twee hardlopers elkaar ontmoeten, maken ze beide rechtsomkeert. Bewijs dat na een uur alle lopers zich weer op hun startpositie bevinden.

Breek de code
Ik heb een geheime code bestaande uit een rijtje van zeven bits (een 0 of een 1) in gedachten. Je mag een rijtje van zeven bits aan mij voorleggen en dan antwoord ik 'warm' als je vier of meer bits juist hebt geraden en 'koud' als je drie of minder bits juist hebt. Kun je met maar zeven vragen achter de geheime code komen?

Dion Gijswijt
gijswijt@science.uva.nl

[1]) Het adres is: Dion Gijswijt, Plantage Muidergracht 24, 1018 TV Amsterdam