

Het holografische principe

Dit stuk gaat over het holografische principe, een 'hot topic' in de theoretische natuurkunde. Vandaar ook de titel. Maar stel je eens voor dat je op het idee zou komen dat je eigenlijk helemaal geen zin hebt om dit te lezen. Wat kun je dan nog doen om toch nuttig bezig te zijn? Bijvoorbeeld, een (gedanken!) experiment: verbrand deze pagina! Of, doe eens wild en gooi hem in een zwart gat; als je er tenminste één kan vinden.— Stefan Kowalczyk

Holografie

Tegenwoordig bezit bijna iedereen een hologram. Een plaatje wat driedimensionaal lijkt als je er onder verschillende hoeken naar kijkt. Er zit er een op je bankpasje, maar ook op de eurobiljetten zijn ze te vinden. Dat is echter niet de soort holografie waar dit artikel over gaat. Nee, dit artikel gaat veel verder: ons heelal zou zelf wel eens een hologram kunnen zijn! Een pioniersrol in dit onderzoek wordt gespeeld door Nobelprijswinnaar Gerard 't Hooft. Hij stelt dat in een theorie van quantummechanica en gravitatie de drie-dimensionale wereld een beeld is van informatie die in een tweedimensionale projectie kan worden opgeslagen. Wat hier precies mee wordt bedoeld zullen we zo zien. Aan de basis hiervan staat de studie van zwarte gaten.

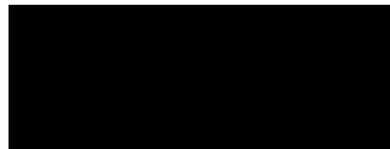
Zwarte gaten

Klassiek gezien zijn zwarte gaten 'zwart'. Ze staan aan geen enkel signaal toe hun horizon te verlaten. Ze verbergen zich voor altijd achter hun horizon, zonder op welke wijze dan ook te communiceren met de buitenwereld. In de quantummechanica is dit beeld niet langer correct. Hawking ontdekte dat zwarte gaten eigenlijk 'grijs' zijn. Ze zenden zeer laag energetische thermische straling uit. Het quantummechanische mechanisme dat toestaat dat zwarte gaten massa verliezen d.m.v. straling staat echter niét toe dat er informatie uit wordt meegenomen. Stel bijvoorbeeld dat je deze Scoop in een zwart gat zou gooien. Het enige dat het zwarte gat ervoor kan teruggeven is thermische straling. Deze wordt door één enkele grootheid - de temperatuur - beschreven en hangt alleen van de totale massa van het zwarte gat af volgens

$$T = \frac{hc^3}{8\pi k_B G M}$$

Er is informatie verloren gegaan. Vernietigd door het zwarte gat. Hetzelfde gebeurt als je hem zou verbranden. Door de as te bestuderen kunnen we er misschien wel achterkomen wat de chemische sa-

menstelling van het papier was, maar niet wat er op deze pagina stond. Toch is er een groot verschil. Als we namelijk elk molecuul nauwlettend in de gaten zouden houden tijdens de verbranding zouden we, in principe, door de wetten van de natuurkunde te gebruiken, kunnen reconstrueren wat hier stond. En dus zouden we in staat zijn de verloren informatie terug te krijgen. Bij een zwart gat is dat niet zo. Als Hawking's argument correct is, wordt de quantummechanica geschonden. Technisch gesproken gaat bij het vernietigingsproces een gemengde toestand over in een pure toestand en dat is niet toegestaan. Waarschijnlijkheden kunnen hierbij negatief worden, of groter dan één. Het probleem staat te boek als het *informatie verlies probleem*, en is nog niet opgelost. De meeste fysici denken dat de informatie toch ergens in het zwarte gat terug te vinden moet zijn, maar harde bewijzen zijn er (nog) niet.



Artist's impression van een zwart gat.

Het probleem ontstaat doordat voor de beschrijving van dit proces zowel quantummechanica als algemene relativiteitstheorie nodig is. Vlak naast de horizon verschijnen uit het niets deeltjes en anti-deeltjes. Verder veroorzaakt een zwart gat een onvoorstelbare kromming van de ruimte-tijd. Om wat zinnigs te kunnen voorspellen hebben we dus beide theorieën tegelijk nodig. Nu wil het zo zijn dat die twee incompatibel zijn; berekeningen leveren een vervelend soort oneindig op. Dit is één van de redenen voor de zoektocht naar een theorie van quantumgravitatie – *snaartheorie*?

Entropie versus Oppervlak

Behalve temperatuur hebben zwarte gaten ook entropie. We richten ons hier op zwarte gaten zonder draai-impuls en zonder lading. Als we in de eenhe-

den $\hbar = c = G = k_B = 1$ werken, wordt de entropie van zo een zwart gat gegeven door de Bekenstein-Hawking formule

$$S = \frac{A}{4},$$

waar A de oppervlakte van de Schwarzschildbol is. Bekenstein en Hawking kwamen met thermodynamische argumenten tot dit resultaat. Dat gaat ongeveer als volgt. De Schwarzschildstraal kunnen we uitdrukken in de massa van het zwarte gat: $R = 2M$. We vinden dus $A = 4 \pi R^2 = 16 \pi M^2$. De afgeleide nemen levert: $dA = 32 \pi M dM$. Of, wat suggestiever opgeschreven,

$$dM = \frac{1}{8\pi M} d \frac{A}{4}.$$

En nu de grap. We gaan dit vergelijken met de thermodynamische identiteit

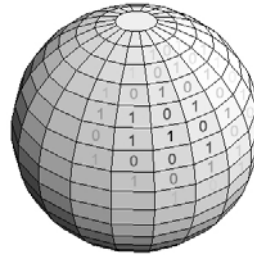
$$dE = TdS.$$

Waarom dan wel, zal de lezer zich nu wellicht afvragen. Wel, vanwege het volgende hand-waving argument (Bekenstein heeft dit precies gemaakt). Entropie kan niet afnemen. Net als de horizon, die alsmaar groter wordt, althans klassiek gezien. Een duidelijke overeenkomst tussen A en S dus. Hierdoor gemotiveerd leggen we nu de volgende link. We identificeren gelijksoortige termen uit de vergelijkingen met elkaar. Energie met massa $E \leftrightarrow M$, temperatuur met één over de massa $T \leftrightarrow 1/8\pi M$ en verder ook entropie met oppervlak $S \leftrightarrow A/4$. Deze relaties lijken sprekend op de besproken formules voor de temperatuur en entropie van een zwart gat. Het is interessant dat alleen snaartheorie de Bekenstein-Hawking formule uit een microscopische beschrijving heeft weten af te leiden. Over dit onderwerp valt nog veel meer te vertellen, maar dat zullen we hier niet doen.

Het holografische principe

Als we enkel de massa, lading en draai-impuls van een zwart gat weten, ligt zijn of haar identiteit vast. Je verwacht dus dat zwarte gaten de meest geordende objecten in het universum moeten zijn, en dus een lage entropie hebben. Of toch niet? Nee, toch niet. Een zwart gat heeft juist een erg hoge entropie. Zelfs de hoogst mogelijke die haalbaar is. Stel dat een stuk ruimte met volume V een hogere entropie heeft dan een zwart gat dat net in V past.

Door extra materie in het stuk ruimte te gooien kunnen we een dergelijk zwart gat vormen. Maar door dit te doen kunnen we de entropie laten afnemen en dat is in tegenspraak met de tweede hoofdwet van de thermodynamica. Dit is eigenlijk de kern van het holografische principe. Uit deze redenering volgt dat de maximale entropie van het stuk ruimte door de oppervlakte van de rand ervan wordt begrensd. Door entropie als een maat voor informatie te zien, kunnen we berekenen dat 1 bit informatie overeenkomt met 10^{65} cm². Ruwweg een vierkante Plancklengte.



De maximale entropie van een stuk ruimte wordt door de oppervlakte van de rand ervan begrensd. Eén vierkante Plancklengte komt ruwweg overeen met 1 bit informatie.

Meer precies zegt het holografische principe dat een theorie op de rand van een gebied opgevat kan worden als een holografische projectie van de theorie die nodig zou zijn om de fysica binnen de rand te beschrijven. Een 3D-ruimte kan bijvoorbeeld volledig worden beschreven door een theorie die alleen op de 2D-rand van deze ruimte is gedefinieerd. Het is verleidelijk dit idee door te trekken naar het hele universum: leven wij in een holografisch heelal?

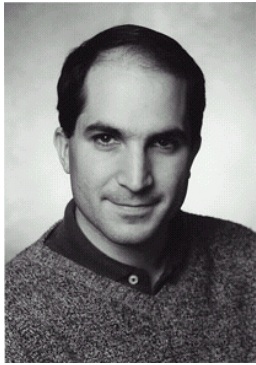
Tegenintuïtief

Deze resultaten zijn erg vreemd en tegenintuïtief. Als je de straal van een bol twee keer zo groot maakt wordt het volume acht keer zo groot. Je zou denken dat dan ook de maximale hoeveelheid informatie die binnen de bol bevat kan zijn ook acht keer zo groot wordt. Maar dat is dus niet zo. Die wordt maar vier keer zo groot. Entropie is een maat voor informatie en de maximale entropie wordt - volgens het holografische principe - maar vier keer zo groot. In een stukje ruimte kan nooit meer informatie worden opgeslagen dan de oppervlakte van de rand, althans in zekere eenheden. In wezen kan alle informatie dus op de rand worden geprojecteerd. Bekenstein zegt hier het volgende over: "Physicists hope that this surprising finding is a clue to the ultimate theory of reality." Het lijkt inderdaad een revolutionair idee, maar, er is niks

nieuws onder de zon: "To them, I said, the truth would be literally nothing but the shadows of the images" -*Plato, The Republic (Book VII)*. Plato hield zich al bezig met de gedachte dat wat wij zien slechts een 'schaduw' is van de echte wereld. Hij filosofeerde over gevangenen die hun hele leven lang geboeid in een grot zitten. De gevangenen, die de mensheid voorstellen, zien alleen schaduwen van de werkelijke wereld op de wand van hun grot.

De AdS/CFT correspondentie

Recent is het holografische principe spectaculair bevestigd in de snaartheorie. De doorbraak kwam eind 1997. Een jonge Argentijn, Juan Maldacena, toonde toen een belangrijke dualiteit aan.



Juan Maldacena. Uitvinder van de AdS/CFT correspondentie. Hij begon zijn carrière als experimentator: "I learned about the problems you have when you really have to test some theory or really measure something in real life. And that was very interesting."

Aan de ene kant van deze dualiteit staat een vijf dimensionale anti-de Sitter (AdS) ruimtetijd. Dit is een lege ruimte waar de kosmologische constante negatief is, een samentrekkend heelal dus. AdS ruimtes zijn de meest symmetrische oplossingen van de Einstein vergelijkingen met negatieve kosmologische constante. Het vermoeden van Maldacena stelt dat een vijf dimensionale anti-de Sitter ruimte, beschreven door (super-)snaartheorie, evengoed kan worden beschreven door een conforme veldentheorie (CFT) op de vier dimensionale rand van zo een ruimtetijd. Deze 4D-ruimtetijd met veldentheorie is dus een 'hologram' van de 5D-

ruimtetijd met snaartheorie. Wezens die in een van deze twee universa zouden leven, zouden niet in staat zijn te bepalen of ze in een vijf dimensionaal universum beschreven door snaartheorie woonden, of in een vier dimensionale, beschreven door een quantumveldentheorie van puntdeeltjes. Geen enkel experiment zou onderscheid kunnen maken tussen deze twee universa, *zelfs in principe niet*. De AdS/CFT dualiteit is eigenlijk zeer verassend. Twee totaal verschillende werelden worden aan elkaar gerelateerd. Zo bestaat er in de 5D-ruimtetijd zwaartekracht terwijl deze er in de duale 4D-ruimtetijd niet is. Een zwart gat in de 5D-ruimtetijd is equivalent aan warme straling in het hologram. En zo zijn er meer voorbeelden. Eigenlijk hebben we hier te maken met een soort woordenboek: als je een begrip in de AdS-wereld hebt, vertaalt het AdS/CFT woordenboek het voor je naar de CFT-taal en andersom. De AdS/CFT correspondentie wordt als een van de belangrijkste resultaten gezien die snaartheorie heeft voortgebracht. Het is echter duidelijk dat wij niet een vijf dimensionale AdS ruimtetijd leven. Een belangrijke vraag is daarom of een uitbreiding van deze correspondentie naar andere ruimtes dan de anti-de Sitter mogelijk is. En dat dit inderdaad zo is, is door andere andere Edward Witten aangetoond. Maar er is nog een (lange?) weg te gaan voor er een echt realistisch model is. Er gaat dus nog genoeg gebeuren in deze spannende tak van de theoretische fysica!

Meer lezen

Wie hier meer over wil weten raad ik "Information in the Holographic Universe" van J. Bekenstein aan (Scientific American, Aug 2003). Ook aardig zijn pagina's 477-485 van "The Fabric of the Cosmos" van Brian Greene. Een gedetailleerder artikel is: "The World as a Hologram", L. Susskind, J.Math.Phys. 36 (1995) 6377-6396