

Mythen in de rekendidactiek

Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen

Rekensymposium De Rekenacademie

Leopoldsburg, België, 8 mei 2014

Jan van de Craats

Universiteit van Amsterdam

Reken mee (pen en papier toegestaan)

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd. 52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug. Hoeveel procent is dat?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd. 52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug. Hoeveel procent is dat?
- ▶ Koen heeft autopech op de snelweg. Hij staat bij het bordje 36,4 km. Bij het bordje 37,0 km kan hij om hulp bellen. Hoeveel meter moet hij lopen tot het bordje 37,0 km?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd. 52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug. Hoeveel procent is dat?
- ▶ Koen heeft autopech op de snelweg. Hij staat bij het bordje 36,4 km. Bij het bordje 37,0 km kan hij om hulp bellen. Hoeveel meter moet hij lopen tot het bordje 37,0 km?
- ▶ $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd. 52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug. Hoeveel procent is dat?
- ▶ Koen heeft autopech op de snelweg. Hij staat bij het bordje 36,4 km. Bij het bordje 37,0 km kan hij om hulp bellen. Hoeveel meter moet hij lopen tot het bordje 37,0 km?
- ▶ $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$
- ▶ In een krat zitten 24 flesjes limonade. Elk flesje heeft een inhoud van 30 cl. Hoeveel liter limonade is dat in totaal?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Martijn heeft 200 vragenlijsten verstuurd. 52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug. Hoeveel procent is dat?
- ▶ Koen heeft autopech op de snelweg. Hij staat bij het bordje 36,4 km. Bij het bordje 37,0 km kan hij om hulp bellen. Hoeveel meter moet hij lopen tot het bordje 37,0 km?
- ▶ $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$
- ▶ In een krat zitten 24 flesjes limonade. Elk flesje heeft een inhoud van 30 cl. Hoeveel liter limonade is dat in totaal?
- ▶ Moeder koopt 300 gram rundergehakt van € 4,00 per kg. Hoeveel moet zij betalen?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Wilco verdient € 2000, —. Hij krijgt € 200, — loonsverhoging. Ron verdient € 1500. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Wilco verdient € 2000, —. Hij krijgt € 200, — loonsverhoging. Ron verdient € 1500. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?
- ▶ Eén ton is 1000 kg. Een tram weegt $28\frac{1}{5}$ ton. Hoeveel kg weegt de tram?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Wilco verdient € 2000, —. Hij krijgt € 200, — loonsverhoging. Ron verdient € 1500. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?
- ▶ Eén ton is 1000 kg. Een tram weegt $28\frac{1}{5}$ ton. Hoeveel kg weegt de tram?
- ▶ Oma verdeelt $\frac{1}{2}$ liter vanillevla eerlijk over drie bakjes. Hoeveel vanillevla komt er in elk bakje?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Wilco verdient € 2000, —. Hij krijgt € 200, — loonsverhoging. Ron verdient € 1500. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?
- ▶ Eén ton is 1000 kg. Een tram weegt $28\frac{1}{5}$ ton. Hoeveel kg weegt de tram?
- ▶ Oma verdeelt $\frac{1}{2}$ liter vanillevla eerlijk over drie bakjes. Hoeveel vanillevla komt er in elk bakje?
- ▶ In 1990 zijn 12,03 miljoen mensen door de lucht vervoerd. In 1989 waren er dat 10,34 miljoen. Met hoeveel miljoen is het aantal luchtreizigers toegenomen?

Reken mee (pen en papier toegestaan)

- ▶ Wilco verdient € 2000, —. Hij krijgt € 200, — loonsverhoging. Ron verdient € 1500. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?
- ▶ Eén ton is 1000 kg. Een tram weegt $28\frac{1}{5}$ ton. Hoeveel kg weegt de tram?
- ▶ Oma verdeelt $\frac{1}{2}$ liter vanillevla eerlijk over drie bakjes. Hoeveel vanillevla komt er in elk bakje?
- ▶ In 1990 zijn 12,03 miljoen mensen door de lucht vervoerd. In 1989 waren er dat 10,34 miljoen. Met hoeveel miljoen is het aantal luchtreizigers toegenomen?
- ▶ Wilma en haar twee zussen verdelen € 8, 85. Hoeveel krijgt ieder?

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

- ▶ Ze komen uit PPON 2004

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

- ▶ Ze komen uit PPON 2004
- ▶ Ze zijn te moeilijk voor Daan en Sanne

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

- ▶ Ze komen uit PPON 2004
- ▶ Ze zijn te moeilijk voor Daan en Sanne

Wie zijn Daan en Sanne?

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

- ▶ Ze komen uit PPON 2004
- ▶ Ze zijn te moeilijk voor Daan en Sanne

Wie zijn Daan en Sanne?

Daan en Sanne zijn 'gemiddelde' leerlingen van groep 8 van de basisschool.

Wat hebben al deze opgaven gemeen?

- ▶ Ze komen uit PPON 2004
- ▶ Ze zijn te moeilijk voor Daan en Sanne

Wie zijn Daan en Sanne?

Daan en Sanne zijn 'gemiddelde' leerlingen van groep 8 van de basisschool.

Uit PPON 2004 blijkt: **Daan en Sanne kunnen niet rekenen.**

Rekenen verleer je nooit

Rekenen is als fietsen: als je het goed geleerd hebt, verleer je het nooit.

Rekenen verleer je nooit

Rekenen is als fietsen: als je het goed geleerd hebt, verleer je het nooit.

Niemand van de hier aanwezigen van 40 jaar of ouder zal moeite hebben met de tot nu toe getoonde rekenopgaven.

Rekenen verleer je nooit

Rekenen is als fietsen: als je het goed geleerd hebt, verleer je het nooit.

Niemand van de hier aanwezigen van 40 jaar of ouder zal moeite hebben met de tot nu toe getoonde rekenopgaven.

Daan en Sanne hebben dus niet leren rekenen, ondanks vele, vele uren rekenonderwijs op de basisschool.

Rekenen verleer je nooit

Rekenen is als fietsen: als je het goed geleerd hebt, verleer je het nooit.

Niemand van de hier aanwezigen van 40 jaar of ouder zal moeite hebben met de tot nu toe getoonde rekenopgaven.

Daan en Sanne hebben dus niet leren rekenen, ondanks vele, vele uren rekenonderwijs op de basisschool.

Uit een e-mail van een docente rekenen MBO (16 - 20 jaar):

Rekenen verleer je nooit

Rekenen is als fietsen: als je het goed geleerd hebt, verleer je het nooit.

Niemand van de hier aanwezigen van 40 jaar of ouder zal moeite hebben met de tot nu toe getoonde rekenopgaven.

Daan en Sanne hebben dus niet leren rekenen, ondanks vele, vele uren rekenonderwijs op de basisschool.

Uit een e-mail van een docente rekenen MBO (16 - 20 jaar):

‘Veel leerlingen hebben helemaal geen weet van ons rekenstelsel en hebben rekenen altijd gezien als gegoochel. Velen zijn ook van mening dat je rekenen ofwel kan ofwel niet kan. Van regels e.d. hebben ze nooit gehoord en toepassen is dan dus ook bijzonder moeilijk.’

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)
- ▶ instaptoetsen pabo (opleiding docent basisonderwijs)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)
- ▶ instaptoetsen pabo (opleiding docent basisonderwijs)
- ▶ hbo (met name heao, hts, gezondheidsstudies)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)
- ▶ instaptoetsen pabo (opleiding docent basisonderwijs)
- ▶ hbo (met name heao, hts, gezondheidsstudies)
- ▶ universiteit (met name economische, medische, exacte en technische studierichtingen)

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)
- ▶ instaptoetsen pabo (opleiding docent basisonderwijs)
- ▶ hbo (met name heao, hts, gezondheidsstudies)
- ▶ universiteit (met name economische, medische, exacte en technische studierichtingen)
- ▶ beroepspraktijk

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid niet alleen maar in de media:

- ▶ rapport Onderwijsraad (december 2006)
- ▶ rapport commissie Meijerink (januari 2008)
- ▶ rapport commissie Dijsselbloem (februari 2008)
- ▶ instaptoetsen pabo (opleiding docent basisonderwijs)
- ▶ hbo (met name heao, hts, gezondheidsstudies)
- ▶ universiteit (met name economische, medische, exacte en technische studierichtingen)
- ▶ beroepspraktijk

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.
- ▶ Het ligt *niet* aan de realistische contexten.

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.
- ▶ Het ligt *niet* aan de realistische contexten.

- ▶ Het ligt *wel* aan de 'realistische' rekenmethodes ...

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.
- ▶ Het ligt *niet* aan de realistische contexten.

- ▶ Het ligt *wel* aan de ‘realistische’ rekenmethodes ...
- ▶ ... in het bijzonder aan drie *didactische mythen* en vijf *didactische blunders* in die methodes.

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.
- ▶ Het ligt *niet* aan de realistische contexten.

- ▶ Het ligt *wel* aan de ‘realistische’ rekenmethodes ...
- ▶ ... in het bijzonder aan drie *didactische mythen* en vijf *didactische blunders* in die methodes.

Die rekendidactische mythen en blunders zijn de vrucht van twintig jaar vernieuwingen in het Nederlandse rekenonderwijs.

Waarom kunnen Daan en Sanne niet rekenen ?

Hoe komt het dat Daan en Sanne niet kunnen rekenen?

- ▶ Het ligt *niet alleen* aan de docenten.
- ▶ Het ligt *niet* aan tijdgebrek voor rekenen.
- ▶ Het ligt *niet* aan de realistische contexten.

- ▶ Het ligt *wel* aan de ‘realistische’ rekenmethodes ...
- ▶ ... in het bijzonder aan drie *didactische mythen* en vijf *didactische blunders* in die methodes.

Die rekendidactische mythen en blunders zijn de vrucht van twintig jaar vernieuwingen in het Nederlandse rekenonderwijs.

Grote motor hierbij: rekendidactici, merendeels afkomstig uit kringen rond het Freudenthal Instituut (Universiteit Utrecht).

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

- ▶ 'Kolomsgewijs' optellen (van links naar rechts)

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

- ▶ 'Kolomsgewijs' optellen (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' aftrekken (van links naar rechts)

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

- ▶ 'Kolomsgewijs' optellen (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' aftrekken (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' vermenigvuldigen (alle deelproducten apart uitschrijven)

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

- ▶ 'Kolomsgewijs' optellen (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' aftrekken (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' vermenigvuldigen (alle deelproducten apart uitschrijven)
- ▶ 'Happen' in plaats van staartdelen

Drie mythen, vijf blunders

Drie mythen in het rekenonderwijs:

- ▶ Eerst begrijpen, dan oefenen.
- ▶ Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk.
- ▶ Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

Vijf rekendidactische blunders:

- ▶ 'Kolomsgewijs' optellen (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' aftrekken (van links naar rechts)
- ▶ 'Kolomsgewijs' vermenigvuldigen (alle deelproducten apart uitschrijven)
- ▶ 'Happen' in plaats van staartdelen
- ▶ 'Handig rekenen'

De drie mythen zijn anti-didactisch

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

‘Oefenen is nutteloos, zelfs schadelijk, als je niet begrijpt wat je doet.’

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

‘Oefenen is nutteloos, zelfs schadelijk, als je niet begrijpt wat je doet.’

Echter, didactische ervaring in rekenonderwijs laat zien:

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

‘Oefenen is nutteloos, zelfs schadelijk, als je niet begrijpt wat je doet.’

Echter, didactische ervaring in rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Begrijpen is een langzaam groeiend proces.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

‘Oefenen is nutteloos, zelfs schadelijk, als je niet begrijpt wat je doet.’

Echter, didactische ervaring in rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Begrijpen is een langzaam groeiend proces.
- ▶ Begrip bij rekenen groeit geleidelijk door **heel veel te oefenen** en **herhaalde en gevarieerde uitleg**.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Het is duidelijk dat de drie mythen bedacht zijn door theoretici zonder veel onderwijservaring.

Ze zijn **anti-didactisch**.

Mythe 1. Eerst begrijpen, dan oefenen.

‘Oefenen is nutteloos, zelfs schadelijk, als je niet begrijpt wat je doet.’

Echter, didactische ervaring in rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Begrijpen is een langzaam groeiend proces.
- ▶ Begrip bij rekenen groeit geleidelijk door **heel veel te oefenen** en **herhaalde en gevarieerde uitleg**.
- ▶ Begrip is een **subjectief gevoel** van de leerling. Het hangt nauw samen met zelfvertrouwen.

De drie mythen zijn anti-didactisch

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

Echter, didactische ervaring in het rekenonderwijs laat zien:

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

Echter, didactische ervaring in het rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Oefening baart kunst, ook bij rekenen.

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

Echter, didactische ervaring in het rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Oefening baart kunst, ook bij rekenen.
- ▶ Leerlingen maken graag rijtjes sommen **als ze ze kunnen maken**. De sommen moeten gelijksoortig zijn, en afgestemd zijn op wat de leerlingen al kunnen en weten.

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

Echter, didactische ervaring in het rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Oefening baart kunst, ook bij rekenen.
- ▶ Leerlingen maken graag rijtjes sommen **als ze ze kunnen maken**. De sommen moeten gelijksoortig zijn, en afgestemd zijn op wat de leerlingen al kunnen en weten.
- ▶ Leerlingen maken graag sommen als ze het idee hebben dat ze echt iets leren. Ze zijn er trots op als ze het goede antwoord hebben gevonden.

Mythe 2. Leerlingen vinden rijtjes sommen maken vreselijk

Echter, didactische ervaring in het rekenonderwijs laat zien:

- ▶ Oefening baart kunst, ook bij rekenen.
- ▶ Leerlingen maken graag rijtjes sommen **als ze ze kunnen maken**. De sommen moeten gelijksoortig zijn, en afgestemd zijn op wat de leerlingen al kunnen en weten.
- ▶ Leerlingen maken graag sommen als ze het idee hebben dat ze echt iets leren. Ze zijn er trots op als ze het goede antwoord hebben gevonden.
- ▶ Docenten **onderschatten altijd** de hoeveelheid (gelijksoortige) oefeningen die nodig is voordat je de stof onder de knie hebt.

De drie mythen zijn anti-didactisch

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

Deze mythe houdt verband met het **constructivisme**, een wijd verbreid, maar nooit wetenschappelijk bewezen **geloof** onder didactici dat kennis alleen verworven kan worden als je die zelf construeert.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

Deze mythe houdt verband met het **constructivisme**, een wijd verbreid, maar nooit wetenschappelijk bewezen **geloof** onder didactici dat kennis alleen verworven kan worden als je die zelf construeert.

Echter, didactische ervaring in reken- en wiskundeonderwijs laat zien dat:

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

Deze mythe houdt verband met het **constructivisme**, een wijd verbreid, maar nooit wetenschappelijk bewezen **geloof** onder didactici dat kennis alleen verworven kan worden als je die zelf construeert.

Echter, didactische ervaring in reken- en wiskundeonderwijs laat zien dat:

- ▶ Alleen zeer getalenteerde leerlingen kunnen zelf goede oplossingsmethoden 'bedenken'.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

Deze mythe houdt verband met het **constructivisme**, een wijd verbreid, maar nooit wetenschappelijk bewezen **geloof** onder didactici dat kennis alleen verworven kan worden als je die zelf construeert.

Echter, didactische ervaring in reken- en wiskundeonderwijs laat zien dat:

- ▶ Alleen zeer getalenteerde leerlingen kunnen zelf goede oplossingsmethoden 'bedenken'.
- ▶ De anderen raken alleen maar in de war door 'handig' rekenen en trucjes die alleen in speciale gevallen werken.

De drie mythen zijn anti-didactisch

Mythe 3. Leerlingen moeten gestimuleerd worden om zelf verschillende oplossingsstrategieën te bedenken en zelf te kiezen welke oplossingsmethode ze gaan toepassen.

Deze mythe houdt verband met het **constructivisme**, een wijd verbreid, maar nooit wetenschappelijk bewezen **geloof** onder didactici dat kennis alleen verworven kan worden als je die zelf construeert.

Echter, didactische ervaring in reken- en wiskundeonderwijs laat zien dat:

- ▶ Alleen zeer getalenteerde leerlingen kunnen zelf goede oplossingsmethoden 'bedenken'.
- ▶ De anderen raken alleen maar in de war door 'handig' rekenen en trucjes die alleen in speciale gevallen werken.
- ▶ Ze worden er wanhopig van en krijgen al vroeg een hekel aan rekenen. Dit gebeurt al in de eerste leerjaren!

Didactische blunders

'Kolomsgewijs' optellen en aftrekken (van links naar rechts)

Bij het **kolomsgewijs optellen en aftrekken** werk je van *links naar rechts* en kijk je steeds naar de betekenis van de cijfers in de kolommen. Je laat de getallen in hun waarde.

Voor het aftrekken werk je met **tekorten** in de kolommen, als dat nodig is.

Voorbeeld 1

Kolomsgewijs optellen

$$\begin{array}{r} 386 \\ 673 \\ \hline 900 \\ 150 \\ \hline 9 \\ \hline 1059 \end{array} \quad \begin{array}{l} (= 300 + 600) \\ (= 80 + 70) \\ (= 6 + 3) \end{array}$$

Kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 803 \\ 261 \\ \hline 600 \\ -60 \\ \hline 2 \\ \hline 542 \end{array} \quad \begin{array}{l} (= 800 - 200) \\ (0 - 60 = 60 \text{ tekort}) \\ (= 3 - 1) \end{array}$$

Didactische blunders

'Kolomsgewijs' vermenigvuldigen (alle deelproducten uitschrijven)

Voor het **kolomsgewijze vermenigvuldigen** ga je uit van de vier deelproducten van $(30 + 7) \times (30 + 8)$, beginnend met de grootste waarde (van links af). Daarna tel je weer op. Dit kan ook van rechts naar links.

Van links naar rechts

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{37} \times \\ 900 \quad (30 \times 30) \\ 240 \quad (30 \times 8) \\ 210 \quad (7 \times 30) \\ \underline{56} \quad (7 \times 8) \\ 1406 \end{array}$$

Van rechts naar links

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{37} \times \\ 56 \quad (7 \times 8) \\ 210 \quad (7 \times 30) \\ 240 \quad (30 \times 8) \\ \underline{900} \times \quad (30 \times 30) \\ 1406 \end{array}$$

'Happen'(onsystematisch herhaald aftrekken) in plaats van de standaard staartdeling

Delen door herhaald aftrekken

431 : 12

<u>120</u>	10 × 12
311	
<u>120</u>	10 × 12
191	
<u>120</u>	10 × 12
71	
<u>60</u>	5 × 12
11	35 × 12, rest 11

431 : 12

<u>360</u>	30 × 12
71	
<u>60</u>	5 × 12
11	35 × 12, rest 11

Didactische blunders

'Happen' (vervolg)

b De ThiemeMeulenhoff-site is de laatste 39 dagen precies 33 384 keer bezocht. Hoeveel bezoeken zijn dat gemiddeld per dag?
Hierbij hoort de rekenzin $33\,384 : 39$ (Schatting vooraf $40\,000 : 40 = 1\,000$.)

39	$\overline{)33\,384}$	😊	39	x
	$\underline{31\,200}$	800	39	1 x
	2184	40	390	10 x
	$\underline{1560}$	10	3900	100 x
	624	4	7800	200 x
	$\underline{390}$	2	15600	400 x
	234		31200	800 x
	$\underline{156}$			
	78			
	$\underline{78}$			
over	0	856		
		bezoekers		

Natuurlijk zijn ook andere staarten mogelijk, bijvoorbeeld via de 5x- en 500x-happen. Maak weer je eigen keuze, want dit geeft het beste resultaat om een deling uit te rekenen en het vergroot je zelfvertrouwen.

Didactische blunders

'Happen' (vervolg)

c (Bij dit voorbeeld wordt doorgedaan met delen tot op 2 decimalen achter de komma. De letters t, h, d en td die eventueel gebruikt kunnen worden, staan voor tiende, honderdste, duizendste en tienduizendste.)

Een studentenverzekering kost per jaar € 765,-. Hoeveel kost deze verzekering per maand?

Een jaar heeft 12 maanden, dus hierbij hoort de rekenzin $765 : 12$.

(Schatting vooraf $600 : 12 = 50$)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 765} \\ \underline{480} \\ 285 \\ \underline{240} \\ 45 \\ \underline{36} \\ 9 \\ \text{t} \rightarrow \begin{array}{r} 90 \\ \underline{48} \\ 42 \\ \underline{36} \\ 6 \\ \text{h} \rightarrow \begin{array}{r} 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array} \end{array} \\ \text{over } 0 \end{array}$$



12	x
40	1 x
20	2 x
3	10 x
480	40 x

0.4

0.3

Een andere mogelijke schrijfwijze is:

9,0 in plaats van t → 90

4,8 in plaats van t → 48

0,60 in plaats van h → 60

0,05
€ 63,75
per
maand

Didactische blunders

'Happen' (vervolg)

Willen jullie ~~de~~ de staartdeling zo aanleeren?
Anders raakt hij in de war.

nieuwe
methode

?

o

$$286 : 8 = 27 \quad \downarrow \text{Hoeveel keer erin?}$$

286	
<u>160</u>	20x
126	
<u>80</u>	10x
56	
<u>56</u>	7x ↑ optellen
0	

	8
1x	8
2x	16
4x	32
10x	80
20x	160

'Handig' (??) rekenen

Hier zie je vier verschillende rekenaanpakken die je bij het hoofdrekenen goede diensten kunnen bewijzen. Maar je moet ook handig kiezen voor de meest geschikte aanpak in een gegeven situatie.

16×13 . Vier keer verdubbelen: (13) , $(2 \times) 26$, $(4 \times) 52$, $(8 \times) 104$, $(16 \times) 208$.

14×25 (ombouwen) = $7 \times 50 = 350$

8×22 (splitsen) = $160 + 16 = 176$ (of drie keer verdubbelen)

$18 \times 35 = 9 \times 70 = 630$

$12 \times 13 = 130 + 26 = 156$

$19 \times 17 = 20 \times 17 - 17 = 323$

$16 \times 31 = (62, 124, 248), 496$ (of $30 \times 16 + 1 \times 16$)

$12 \times 45 = 6 \times 90 = 540$

$12 \times 24 = 2 \times (12 \times 12) = 288$ (of $240 + 48$)

$11 \times 16 = 160 + 16 = 176$

$15 \times 19 = 300 - 15 = 285$.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

In een **wiskundige** benadering:

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

In een **wiskundige** benadering:

- ▶ streef je altijd naar **efficiency**: je methodes moeten recht-toe-recht-aan zijn, gemakkelijk te onthouden zijn en gemakkelijk toe te passen,

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

In een **wiskundige** benadering:

- ▶ streef je altijd naar **efficiency**: je methodes moeten recht-toe-recht-aan zijn, gemakkelijk te onthouden zijn en gemakkelijk toe te passen,
- ▶ streef je altijd naar **algemene oplossingsmethoden**: indien mogelijk moeten je methodes niet afhangen van de getallen in kwestie, maar algemeen toepasbaar zijn,

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

In een **wiskundige** benadering:

- ▶ streef je altijd naar **efficiency**: je methodes moeten recht-toe-recht-aan zijn, gemakkelijk te onthouden zijn en gemakkelijk toe te passen,
- ▶ streef je altijd naar **algemene oplossingsmethoden**: indien mogelijk moeten je methodes niet afhangen van de getallen in kwestie, maar algemeen toepasbaar zijn,
- ▶ moeten je methoden leerlingen **zelfvertrouwen geven**: ze moeten het gevoel krijgen dat ze **alle mogelijke sommen** aankunnen.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

De vijf blunders (kolomsgewijs optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, happen, 'handig' rekenen) laten zien dat ze zijn bedacht door lieden die niets van wiskunde weten.

In een **wiskundige** benadering:

- ▶ streef je altijd naar **efficiency**: je methodes moeten recht-toe-recht-aan zijn, gemakkelijk te onthouden zijn en gemakkelijk toe te passen,
- ▶ streef je altijd naar **algemene oplossingsmethoden**: indien mogelijk moeten je methodes niet afhangen van de getallen in kwestie, maar algemeen toepasbaar zijn,
- ▶ moeten je methoden leerlingen **zelfvertrouwen geven**: ze moeten het gevoel krijgen dat ze **alle mogelijke sommen** aankunnen.

De traditionele rekenrecepten voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van gehele getallen, decimale breuken en gewone breuken voldoen aan deze criteria.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

Echter, ...

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

Echter, ...

De nieuwe rekenmethoden ('kolomsgewijs rekenen' en 'happen') werken alleen voor het rekenen met **heel kleine** getallen.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

Echter, ...

De nieuwe rekenmethoden ('kolomsgewijs rekenen' en 'happen') werken alleen voor het rekenen met **heel kleine** getallen.

Op veel scholen worden de 'algemene' oplossingsrecepten voor vermenigvuldigen en delen **niet meer behandeld**.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

Echter, ...

De nieuwe rekenmethoden ('kolomsgewijs rekenen' en 'happen') werken alleen voor het rekenen met **heel kleine** getallen.

Op veel scholen worden de 'algemene' oplossingsrecepten voor vermenigvuldigen en delen **niet meer behandeld**.

Bijgevolg weten veel leerlingen (en docenten!) zelfs niet dat er zulke algemene methoden zijn, en dat je ze altijd kunt gebruiken, hoe groot de getallen ook zijn.

De vijf blunders zijn anti-wiskundig

Echter, ...

De nieuwe rekenmethoden ('kolomsgewijs rekenen' en 'happen') werken alleen voor het rekenen met **heel kleine** getallen.

Op veel scholen worden de 'algemene' oplossingsrecepten voor vermenigvuldigen en delen **niet meer behandeld**.

Bijgevolg weten veel leerlingen (en docenten!) zelfs niet dat er zulke algemene methoden zijn, en dat je ze altijd kunt gebruiken, hoe groot de getallen ook zijn.

Veel leerlingen en docenten denken dat rekenen met grotere getallen (van meer dan 2 cijfers) heel moeilijk is!

‘Realistisch rekenen’ in de praktijk

Uit een rapport van een inspecteur, geciteerd in *de Volkskrant* (21 maart 2009), die een willekeurige school in Amsterdam bezocht:

‘Realistisch rekenen’ in de praktijk

Uit een rapport van een inspecteur, geciteerd in *de Volkskrant* (21 maart 2009), die een willekeurige school in Amsterdam bezocht:

‘Daar heeft 65 procent van de leerlingen een achterstand van een à twee jaar met rekenen. Ik heb achterin een klas gezeten, en dan zie je dat een aantal kinderen helemaal niets doet. Die zijn opgegeven.’

‘Realistisch rekenen’ in de praktijk

Uit een rapport van een inspecteur, geciteerd in *de Volkskrant* (21 maart 2009), die een willekeurige school in Amsterdam bezocht:

‘Daar heeft 65 procent van de leerlingen een achterstand van een à twee jaar met rekenen. Ik heb achterin een klas gezeten, en dan zie je dat een aantal kinderen helemaal niets doet. Die zijn opgegeven.

De leerkracht zie je worstelen. Hij geeft een som op en de leerlingen gaan door elkaar heen roepen wat voor oplossingsstrategieën er allemaal mogelijk zijn. Sommige leerlingen komen met zulke bizarre oplossingen, die leerkracht begrijpt niet eens wat er allemaal gezegd wordt. Slechts op een paar leerlingen kan hij ingaan.’

‘Realistisch rekenen’ in de praktijk

Uit een rapport van een inspecteur, geciteerd in *de Volkskrant* (21 maart 2009), die een willekeurige school in Amsterdam bezocht:

‘Daar heeft 65 procent van de leerlingen een achterstand van een à twee jaar met rekenen. Ik heb achterin een klas gezeten, en dan zie je dat een aantal kinderen helemaal niets doet. Die zijn opgegeven.

De leerkracht zie je worstelen. Hij geeft een som op en de leerlingen gaan door elkaar heen roepen wat voor oplossingsstrategieën er allemaal mogelijk zijn. Sommige leerlingen komen met zulke bizarre oplossingen, die leerkracht begrijpt niet eens wat er allemaal gezegd wordt. Slechts op een paar leerlingen kan hij ingaan.’

De inspecteur verzucht:

‘Ik heb een rekenles gezien met rendement nul, maar de leerkracht heeft zich het schompes gewerkt.’

De website van de **Stichting Goed Rekenonderwijs**:

`http://www.goedrekenonderwijs.nl`

Zie ook ...

De website van de **Stichting Goed Rekenonderwijs**:

`http://www.goedrekenonderwijs.nl`

Mijn eigen homepage:

`http://www.science.uva.nl/~craats`

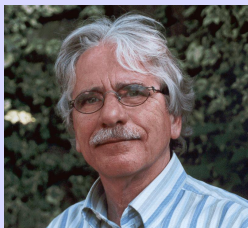
Zie ook ...

De website van de **Stichting Goed Rekenonderwijs**:

<http://www.goedrekenonderwijs.nl>

Mijn eigen homepage:

<http://www.science.uva.nl/~craats>



Veel dank!