Becommentarieerde voorbeelduitwerkingen bij de Cito-voorbeeldrekentoets VO 3F, 2013

Jan van de Craats, 21 november 2013

1 Inleiding

Hieronder geef ik becommentarieerde voorbeelduitwerkingen van de opgaven uit de Cito-voorbeeldrekentoets VO 3F die op 5 november 2013 door staatssecretaris Sander Dekker als bijlage is toegevoegd aan zijn Kamerbrief van 5 november 2013 betreffende zijn *plan van aanpak rond de verbetering van rekenvaardigheden*, zie

`http://www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/rapporten/2013/11/05/cito-voorbeeldtoets-3f.html`

Deze voorbeeldrekentoets bestaat uit 60 opgaven die in 120 minuten gemaakt moeten worden. Ze vormen een selectie uit de verder geheim gehouden opgaven die gebruikt zijn bij pilotafnames van de 3F-rekentoets voor eindexamenkandidaten havo en vwo.

De rekentoetsen worden op de computer afgenomen. Bij alle *contextopgaven*[1] wordt digitaal een eenvoudige rekenmachine beschikbaar gesteld. Hieronder zijn die opgaven met **RM** gemarkeerd. Contextopgaven waarbij geen rekenmachine gebruikt mag worden, komen niet voor in deze rekentoets. Opgaven zonder context moeten zonder rekenmachine worden gemaakt.

De opgaven moeten in de aangeboden volgorde worden gemaakt; ¨terugbladeren¨ is niet mogelijk. Bij alle vragen is het gebruik van kladpapier toegestaan. Kladpapier moet na afloop worden ingenomen en vernietigd.

De rekentoets 3F zal vanaf 2014 voor alle leerlingen van havo en vwo een verplicht onderdeel zijn van het eindexamen. Vanaf 2016 wordt de uitslag van de rekentoets meegenomen in de zak/slaagregeling. Leerlingen krijgen slechts één mogelijkheid om een onvoldoende voor de rekentoets te herkansen.

De nummering in hoofdstuk 2 volgt de nummering van de voorbeeldrekentoets; de opgaven zelf worden niet herhaald. In hoofdstuk 3 geef ik een analyse van deze voorbeeldrekentoets, gevolgd door enige algemene conclusies.

[1] Een contextopgave is een opgave waarin aantallen of in maateenheden uitgedrukte getallen voorkomen.

2 Uitwerkingen van de opgaven, met commentaar

1. **RM** De hoogste korting moet bij de hoogste prijs worden geplakt.
Berekening: $0,5 \times$ € $69,- + 0,6 \times$ € $35,- + 0,7 \times$ € $29,- =$ € 75.80
Commentaar: Het eerste deel toetst algemene intelligentie, het tweede deel toetst het omzetten van percentages in kommagetallen en rekenmachinevaardigheid. En nauwkeurig lezen: je moet niet de totale korting uitrekenen, maar de totale aankoopprijs!

2. **RM** $88 \times 0,226 \times 2,54 \approx 50,51552$. Naar boven afgerond: 52.
Commentaar: Het lezen van de tekst en het inleven in de context kost erg veel tijd. De beschrijving is zeer talig, en toetst vooral begrijpend lezen. De berekening zelf vraagt alleen rekenmachinevaardigheid.
Terzijde: de vraag is alleen maar te beantwoorden als je ervan uit gaat dat Larisa haar berekening foutloos en volgens de voorschriften uitvoert. Waarom deze kinderachtige formulering? Waarom niet zakelijk en onpersoonlijk geformuleerd? Het gaat om eindexamenleerlingen havo en vwo!

3. $686 : 7 = 98$.

4. **RM** $34,84 - 9,86 = 24,98$, $400/24,98 \approx 57,64611690$, op één decimaal afgerond 57,6 km per uur.
Commentaar: De berekening vergt meerdere stappen (aftrekken, delen, omzetten van m/s naar km/u). In elk van die stappen kan de leerling fouten maken, maar alleen het antwoord telt. De vraagstelling (waarom die eerste 100 meter apart genomen?) is alleen in de context te begrijpen als je weet dat een rondje bij een schaatswedstrijd 400 meter is. Ik wist dat niet, totdat ik het bij vraag 9 leerde. Maar waarom zou je eigenlijk het antwoord op die vraag willen weten? Is dat een realistisch vraagstuk dat iedere burger zou moeten kunnen oplossen?

5. **RM** $48 \times 2,5/80 = 1,5$, dus 1,5 meter.
Commentaar: Leerlingen met kennis van mechanica zijn hier erg in het voordeel. Zij snappen direct de wet die onder het linker plaatje is geformuleerd. Andere leerlingen zullen moeite hebben met het lezen en interpreteren van deze context. De berekening zelf is zó simpel dat die gemakkelijk zonder rekenmachine zou kunnen worden uitgevoerd. Trouwens, waarom zou je dit willen weten? Is dit een realistische context?

6. $18 - 4 \times 5 + 2 = 18 - 20 + 2 = -2 + 2 = 0$
Commentaar: Deze vraag toetst uitsluitend de kennis van de thans algemeen gangbare voorrangsregels. Bij gebruik van de "oude" mijnheer-van-Dalen-regel zou er $18 - (20 + 2) = -4$ uitkomen. Ik neem aan dat die uitkomst door de computer fout wordt gerekend.

7. **RM** $475/80 = 5,9375$ dus bijna 6 uur. Inclusief tussenstops bijna 7 uur en een kwartier. Vertrek dus om ongeveer kwart over zes.
Commentaar: De berekening zelf is schattend zonder rekenmachine gemakkelijk uit te voeren. De opgave is natuurlijk volstrekt onrealistisch: kijk gewoon op de dienstregelingstabel, en je weet hoe laat de bus vertrekt. Daar hebben we tegenwoordig internet voor. Trouwens, die gemiddelde snelheid van 80 km/u,

is die eigenlijk inclusief of exclusief de tussenstops? ”Kennis van de wereld” leert je dat het wel exclusief zal zijn, maar moeten we in een rekentoets kennis van de wereld toetsen? Vormen die tussenstops geen ruis die alleen maar als effect heeft dat veel leerlingen het verkeerde antwoord zullen geven?

8. **RM** $12 + 6 \times 24 = 156$ uur tot de jaarwisseling, dus $2000/156 \approx 12,82051$, afgerond 13 liedjes per uur.
Commentaar: Door de afronding naar boven een heel raar antwoord, want hiermee zou je op $13 \times 156 = 2028$ liedjes in totaal komen. Dat scheelt nogal wat! *Het afronden van het gemiddelde op een geheel getal is een ernstige methodologische fout.* Met gemiddeld $12,8$ liedjes zou het antwoord al heel wat beter zijn, en met $12,82$ zou je er in de controleberekening maar 1 liedje naast zitten.

9. **RM** 10 000 meter is 25 rondjes, 15 minuten is 900 seconden, dus 1 rondje in $900/25 = 36$ seconden. Het antwoord is dus $1,7$ seconden.
Commentaar: Onnodige complicatie om naar dat verschil te vragen. Verder weet iedere schaatsliefhebber (ik ben dat niet) ongetwijfeld uit zijn hoofd dat 10 kilometer overeenkomt met 25 rondjes. Maar waarom zou je het antwoord op de gestelde vraag eigenlijk willen weten? Omdat 15 minuten zo'n mooi getal is? Is dit realistisch rekenen?

10. $3,2 - 1,13 = 2,07$.

11. **RM** $7 \times 0,9 = 6,3$ m^3, dat is 6300 liter. Er zijn dus 63 kruiwagens nodig.
Commentaar: Dit kun je sneller zonder dan met rekenmachine uitrekenen. Het bovenstaande zal wel de verwachte en officieel goedgekeurde berekening zijn, leidend tot het antwoord 65. Maar gezien het onderstel van de trampoline is het helemaal niet nodig om een cilindrisch gat te graven. Het onderstel heeft twee sleuven nodig van 90 cm diep, en in het midden moet er genoeg diepte zijn om te voorkomen dat de springers de bodem raken. Bovendien zit er een brede rand aan het springzeil met veren die ook helemaal niet zoveel diepte onder zich nodig hebben. Je kunt dus met veel minder afgegraven grond toe om een gat te maken waar de trampoline precies in past. Het juiste antwoord zit dus ergens tussen de 10 en 65. Waarschijnlijk dichter bij 10 dan bij 65.

12. **RM** $18/35 \times 60$ pagina's per uur, dus voor 490 pagina's is $490/(18/35 \times 60) = 15.87962963$, afgerond 16 uur lezen nodig.
Commentaar: Waarom is niet gegeven hoeveel bladzijden er gemiddeld in 1 uur worden gelezen? Alleen om de opgave moeilijker te maken? Als je bepaalt hoeveel bladzijden iemand *gemiddeld* leest, waarom dan gemiddeld in 35 minuten? Wie doet zo iets, en hoe bepaalt iemand eigenlijk dat gemiddelde? Of wordt er alleen maar een slag naar geslagen? En waarom zou iemand dit willen weten? De taal deugt ook al niet: ”Hoelang” mag hier niet aaneen worden geschreven. En in de vraagstelling wordt geen tijdseenheid genoemd, alleen na het grijze vakje. Beter zou dus zijn: ”Hoeveel uur . . .”

13. $50 - 12 \times 3 = 50 - 36 = 14$

14. **RM** Inhoud zwembad $6 \times 3,5 \times 1,6 = 33,6$ m^3, dat is 33600 liter. Voor het leegpompen is dus $33600/120 = 280$ minuten nodig, dat is 4 uur en 40 minuten. Het antwoord is dus 17 : 20 uur.

Commentaar: Erg flauw om er nog een extra vraag bij te smokkelen (terugrekenen in tijd). Daardoor zijn het in feite twee opgaven. Met dus een extra gelegenheid om een fout antwoord te krijgen. De opgavencommissie doet er blijkbaar echt alles aan om zoveel mogelijk onvoldoendes te krijgen. Mijn stelling: *alleen enkelvoudige vragen (éénstapsvragen) zijn toegestaan want alleen het eindantwoord telt (voor 1 punt).*

15. **RM** 1 km in $60/100 = 0,6$ minuut, dus $6,6$ km in $6,6 \times 0,6 = 3,96$ minuten, afgerond 4 minuten.
Commentaar: Je moet goed op de foto turen om te zien dat de lengte van de tunnel 6600 meter is. Dat kost tijd.

16. **RM** Oppervlakte van 1 tegel is $0,42 \times 0,42 = 0,1764$ m^2. Met 1800 tegels kun je dus $1800 \times 0,1764 = 317,52$ m^2 bedekken. Dat kost $317,52 \times$ € $12,90 =$ € $4096,008$, afgerond op honderdtallen € $4100,-$.
Commentaar: Zeer tijdrovende context, die allerlei vragen oproept. Wat is eigenlijk een "proefpartij"? Als klant zou ik zo'n berekening niet willen maken, maar gewoon vragen hoeveel de hele partij kost. En waarom is de prijs per tegel niet gegeven? Nóg een vraag: is er bij het leggen van die tegels geen tussenruimte nodig? En geldt de gereduceerde prijs ook voor minder dan 1800 tegels? Het is hoe dan ook een zeer gecompliceerde berekening met meerdere tussenstappen, dus veel kans op fouten.

17. **RM** Aankoop: $200 \times 9,60 \times (1 + 0,008) = 1935.36$ euro. Verkoop: $200 \times 17,20 \times (1 - 0.009) = 3409.04$ euro. Totale winst: $3409,04 - 1935,36 = 1473.68$ euro.
Commentaar: Gecompliceerde en tijdrovende berekening. Veel kans op fouten. Opzetten van de juiste berekening vergt intelligentie, de uitvoering ervan vraagt alleen maar rekenmachinevaardigheid. Wie wil dit uitrekenen, en waarom? Harry zelf weet het antwoord immers al. En waarschijnlijk heeft hij in al die jaren ook nog flink wat dividend gehad. Die wordt blijkbaar niet bij de winst geteld. Gelukkig zullen de meeste leerlingen weinig van aandelen afweten (of misschien helemaal niet weten wat dat zijn; niet alle burgers hebben aandelen), dus daarover zullen ze zich dan hopelijk het hoofd niet breken.

18. **RM** Europese bevolking in 1950: $0,22 \times 2519470 = 554283,40$, in 2050 $0,07 \times 9075903 = 635313,21$. Verschil 81029.81, dat is $81029.81/554283,40 \times 100 \approx 14,61884119$ procent, afgerond 15 procent.
Commentaar: Zeer bewerkelijke en dus tijdrovende berekening met veel kans op fouten.

19. $81 \times 49 + 19 \times 61$ is ongeveer $80 \times 50 + 20 \times 60 = 5200$.
Commentaar: Het exacte antwoord is 5128. Hebben de leerlingen genoeg rekenervaring in huis om het alternatief 4800 uit te sluiten zonder de exacte berekening uit te voeren? Of moeten ze maar wat gokken? Trouwens, de exacte berekening zou ook best gevraagd kunnen worden. Waarom is dit niet gebeurd?

20. **RM** $37 \times 48/55 \times 2,54 \approx 82,01890909$ cm, dus afgerond 82 cm.

21. **RM** Zwembadbezoekers in 2010: $0,4 \times 236000 = 94400$, in 2011: 105728.

Toename $105728 - 94400 = 11328$, dat is $11328/94400 \times 100 = 12$ procent.
Commentaar: Zeer gecompliceerde en talige context. De berekening zelf vergt meerdere stappen. Terzijde: het is wel heel toevallig dat er exact 12 procent uit komt. Is er met de gegevens geknoeid? Of is dit helemaal geen realistische som?

22. $5\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = 5\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$, in decimale vorm $3,75$.
Commentaar: Je kunt de breuken ook direct decimaal schrijven en aftrekken ($5,5 - 1,75 = 3,75$). De beheersing van de regels voor het rekenen met breuken wordt hier dus niet getoetst (dat gebeurt trouwens in de hele rekentoets niet).

23. **RM** Tijdsverschil: $0,09$ seconden. De gemiddelde snelheid van Nuis is $1500/106,98 = 14.02131239$ m/s, dus ongeveer 14 meter per seconde. In $0,09$ seconden dus ongeveer $0,09 \times 14 = 1,26$ meter, afgerond 1,3 meter.
Commentaar: Een zeer bewerkelijke opgave die veel niet-vanzelfsprekende tussenstappen vraagt, waarover goed moet worden nagedacht. Het eigenlijke rekenwerk vraagt alleen maar rekenmachinevaardigheid. Het alternatief 13 meter kan natuurlijk direct worden afgeschreven, maar zonder berekeningen kan niet direct tussen de overblijvende alternatieven worden gekozen.

24. **RM** Niet gegeven is op welke vrijdagen en zaterdagen in oktober Valérie gewerkt heeft, noch of ze ook op andere dagen heeft gewerkt. Deze opgave is daarom niet te maken. Afgezien daarvan is dit geen rekensom, maar een zoekplaatje en een intelligentietest. (”Wat zouden de opgavemakers bedoeld hebben?”)

25. **RM** $36 \times 5 \times 3 = 540$.
Commentaar: Zou ook zonder rekenmachine gevraagd kunnen worden, ware het niet dat bij deze toets volgens de door OCW bekrachtigde voorschriften van de rekentoetswijzercommissie bij *elke* contextvraag een rekenmachine beschikbaar wordt gesteld. Deze opgave toetst dus geen rekenvaardigheid, maar alleen rekenmachinevaardigheid (en algemene intelligentie).

26. **RM** $204 \times 0,75 \times 5 + 63 \times 5 = 1080$ euro. Naar het goede doel gaat dus $2/3 \times 1080 = 720$ euro.
Commentaar: De berekening bestaat uit verschillende stappen, dus een grotere kans op fouten.

27. $658 - 53 - 75 = 530$

28. **RM** Aankoopprijs $0,385$ miljoen dollar, verkoopprijs $32,7 \times 1,34 = 43,818$ miljoen dollar. Winst $43,818 - 0,385 = 43,433$ miljoen dollar. Aantal jaren: 23. Antwoord dus $43,433/23 \approx 1.905130435$ miljoen dollar per jaar, afgerond op duizendtallen 1905 000 dollar per jaar.
Commentaar: Een absurde vraag. Waarom zou je zo’n gemiddelde willen weten? Het is toch voldoende als je weet wat de winst is en dat het aankoopbedrag volstrekt verwaarloosbaar was in vergelijking met de verkoopprijs? Wie is geïnteresseerd in het rekensommetje dat hier wordt gevraagd?
Daarnaast is de context is zeer talig en tijdrovend, en zit de berekening (met de rekenmachine) vol valkuilen.

29. **RM** 15 meter is op een schaal van 1 op 30 gelijk aan 500 mm. Als met

"Deze tekening" een tekening bedoeld wordt waarop 500 mm in landscapeformat bijna het hele tekenvel vult, zal het wel A2 zijn.
Commentaar: Inleving in de context kost flink wat tijd. Hoe moet je leerlingen hierop voorbereiden? En de rekenmachine speelt in deze opgave geen enkele rol. Wat heeft dit soort opgaven te maken met rekenen? En kan iemand een realistische context verzinnen waarin je zo'n vraag zou willen beantwoorden? Als je de tekening ziet, zie je toch ook gelijk het formaat?

30. **RM** Inhoud bol is ongeveer $4/3 \times 3,14 \times 16^3 \approx 17148,58667$ m^3. Dit komt overeen met de inhoud van $17148.58667/400 \approx 42,87$ woonhuizen, dus ongeveer 43 woonhuizen.
Commentaar: Er staat niets over de nauwkeurigheid van het antwoord in de opgave. Moet het afgerond worden op gehele aantallen of op een aantal decimalen? Moeten leerlingen daar maar een slag naar slaan, terwijl ze bij andere vragen wél afgerekend worden op het juiste aantal decimalen? Trouwens, die 400 kubieke meter zal ook wel afgerond zijn. En waarom zou je dit willen weten?

31. **RM** $0,274 \times 24172 + 0,076 \times 26366 \approx 8627$ leerlingen deden N&T. Dat is $8627/(24172 + 26366) \times 100 = 17,07032332$, dus afgerond 17 procent.
Commentaar: De berekening vergt veel tussenstappen, dus veel kans op fouten. Verder alleen rekenmachinevaardigheid. De taartdiagrammen voegen niets toe; de aantallen en percentages hadden ook direct gegeven kunnen worden. Dat had leestijd gescheeld. Of is vaardigheid in het aflezen van taartdiagrammen ook al iets waarop eindexamenkandidaten havo en vwo moeten worden getoetst?

32. **RM** Ellendig prutswerk waar ik niet aan ga beginnen. Dit is een vraag om leerlingen mee te kwellen. In de praktijk wordt zoiets in een spreadsheet gedaan. Het uitwerken van deze opgave kost in elk geval veel meer dan 2 minuten.

33. $17 \times 2\frac{1}{2} + 13 \times 2\frac{1}{2} = 30 \times 2\frac{1}{2} = 75$
Commentaar: Kan ook via decimale breuken. En is dit nou "handig"rekenen? Vaardigheid in het rekenen met breuken wordt er in elk geval niet mee getoetst.

34. **RM** Gelopen tijd: 37 minuten. Afgelegde afstand: 6 km, dus 5 km hardlopen en 1 km wandelen. Wandeltijd: 1/5 uur, dat is 12 minuten. Hardlooptijd dus 25 minuten. Hierin 5 km afgelegd, dus gemiddelde snelheid $5000/25 = 200$ meter per minuut, dus $200 \times 60 = 12000$ meter per uur, dus 12 km/u.
Commentaar: Er is heel wat intelligentie nodig om dit vage verhaal om te zetten in een rekenopgave. Die rekenopgave bestaat vervolgens uit heel veel tussenstappen, die allemaal fout kunnen gaan. Toch maar in totaal 1 punt hiervoor. Het zou me overigens verbazen als er geen app zou zijn waarmee je dit allemaal direct tijdens het lopen kunt aflezen. Joost is blijkbaar niet erg bij de tijd.

35. **RM** $240 \times 0,95 \times 0,97 \times 0,96 = 212,313600$, afgerond (dat zal wel de bedoeling zijn) 212 leerlingen.
Commentaar: De bovenstaande berekening zal wel de bedoeling van de opgavemakers zijn geweest. Maar de hele som deugt natuurlijk niet. Om te be-

ginnen is zo'n opgave alleen zinvol in 2011 of eerder; later zijn er actuelere leerlingenaantallen beschikbaar. Laten we ons dus in gedachten terugplaatsen naar 2011. De school heeft een model voor overgangspercentages gemaakt om leerlingenaantallen in de komende jaren te schatten. De percentages in dat model zijn natuurlijk gebaseerd op empirische gegevens en misschien ook op gezond verstand. Het zijn in elk geval geen exacte getallen. Laten we eens aannemen dat het op gehele getallen afgeronde percentages zijn. Dan ligt 95% dus tussen 94,5% en 95,5%, et cetera. Uitgaande van het model, verwacht men in 2011 dus dat er van de 240 leerlingen tussen de $0,945 \times 0,965 \times 0,955 \times 240 \approx 209.01321$ en $0,955 \times 0,975 \times 0,965 \times 240 \approx 215.64855$ leerlingen die in 2014 doorstromen naar de Tweede fase zullen zijn. Een verstandige interpretatie van deze modeluitkomst lijkt te zijn dat er in 2011 verwacht mag worden dat van de 240 leerlingen in de brugklas er tussen de 209 en 216 door zullen gaan naar de Tweede fase. En zittenblijven is er blijkbaar op deze school niet bij.

Als examensom is deze opgave gezien het bovenstaande volstrekt ongeschikt. Of moeten we alle leerlingen gewoon afleren om kritisch naar de vragen te kijken?

36. $0,04 \times 400 = 16$
Commentaar: Ongelooflijk dat zulke vragen gesteld worden aan eindexamenkandidaten havo en vwo.

37. **RM** Wat wordt hiermee getoetst? Dat je weet wat een schrikkeljaar is? En hoeveel dagen maart heeft? Mag je hierbij naast de rekenmachine ook je agenda gebruiken om dagen te tellen? Hoeveel havisten en vwo-ers voelen zich door zulke vragen geschoffeerd?

38. **RM** $13 \times 12/2 = 78$.
Commentaar: Dit is een standaardvraag bij wiskunde onderbouw havo en vwo (combinatoriek, kansrekening). Zonder rekenmachine, natuurlijk.

39. **RM** Er blijft over $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$.
Commentaar: De enige opgave in de hele toets waarbij een rudimentaire vorm van het rekenen met breuken gebruikt kan worden. Maar zelfs als die kennis afwezig is, kun je de som ook met gezond verstand oplossen, of desnoods met de rekenmachine.

40. **RM** $1,95 \ : \ 3 = 0,65$ dus de bovenoppervlakte is $1,95 \times 0,65 = 1,2675$ m^2. De hoogte is dus $0,6/1,2675 \approx 0,4733727811$ m, dus afgerond 47 centimeter.
Commentaar: In de opgave staat echter niet dat (en hoe) er afgerond moet worden. Controleberekening: de inhoud is $1,95 \times 0,65 \times 0,47 = 0,595725$ m^3. Wat moet een leerling die dit opmerkt, als antwoord invullen?

41. **RM** Na $200\,000\,000/17 \approx 11764705,88$ seconden, dat is na $11764705,88/(60 \times 60 \times 24) = 136,1655773$ dagen, dus na 137 dagen.
Commentaar: Hoezo komt er elke seconde 17 euro bij? Ook 's nachts? Ik geloof niks van deze context. Wat de teller ook meet, niet de momentane nationale studieschuld van alle studenten samen.

42. **RM** $b = 7 \times 2,20 + 8 \times 1,90 = 30,6$ meter, dus $h = 30,6/1,618 =$

18.91223733, afgerond 19 meter.
Commentaar: Het is een mythe dat de verhoudingen van het Parthenon ook maar iets te maken hebben met de gulden snede. Los daarvan zou het een eenvoudig sommetje zijn als b direct gegeven was. Het is kinderachtig om dit te laten uitrekenen. Bovendien is het opmeten van b veel eenvoudiger dan het opmeten van de tussenruimten en de diameter van de kolommen. Komt er binnenkort nog iemand in Athene om de gegevens ter plaatse te controleren?

43. **RM** $96 \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} = 90$ cm
Commentaar: De berekening kan ook met decimale breuken worden uitgevoerd. Terzijde: de toonhoogte van een gespannen snaar hangt af van de lengte en de spanning (en de dikte en de materiaaleigenschappen). Bij het stemmen van een harp wordt de spanning gevarieerd, niet de lengte van het trillende deel. De in deze opgave genoemde lengteverhoudingen van de snaren (die horen bij de *frequentieverhoudingen* van tonen in de zogenaamde "zuivere stemming") zijn daarom waarschijnlijk onjuist, en verder ook irrelevant voor een harpist.

44. **RM** Voor 1 liter appelsap is $3,5/1,5$ kg appels nodig, dus 644 ton appels levert $644000/(3,5/1,5) = 276000$ liter appelsap, dus een opbrengst van $276000 \times$ € $0,45 =$ € $124200,00$.
Commentaar: Het komt allemaal wel heel mooi uit. En moet het antwoord in 2 decimalen gegeven worden? Hoe weet een leerling dat? Zijn er algemene regels voor?

45. **RM** Per wielomwenteling $0,68 \times 3,14 = 2,1352$ meter. Per omwenteling van de trapas drie wielomwentelingen, dus in totaal $3000 \times 2,1352 = 6420,6$ meter, dat is, afgerond, 6,4 km.
Commentaar: Op zijn fietscomputer ziet hij toch ook hoeveel km hij heeft afgelegd? Waarom mag je bij deze som wel een rekenmachine, maar in het echt geen fietscomputer gebruiken?

46. **RM** $630 - 2 \times 185 = 630 - 370 = 260$ mm, dus 26 centimeter.
Commentaar: Opnieuw een instinker. Alle maten in de opgave en het begeleidende plaatje zijn in millimeters gegeven, maar het antwoord moet in centimeters. Wie dit over het hoofd ziet, is de klos.

47. **RM** Tijd van Gesink: 20 minuten en 23 seconden, dus 1223 seconden. Zijn gemiddelde snelheid was dus $15000/1223 \approx 12,26492232$ meter per seconde, dat is $12.26492232 \times 3,6 \approx 44,15372035$ km per uur, afgerond 44,2 km/u.

48. **RM** Stel een jaar op 365 dagen. Totaal volgens de tabel $365 \times (15 + 2 \times 13 + 2 \times 12 + 7 \times 10,5 + 5 \times 9,5) = 365 \times 186$ uur slaap. Een jaar telt 365×24 uur, dus dit is $186/24 = 7,75$ jaar. Het onderste antwoord is dus goed.
Commentaar: Zeer gecompliceerde en tijdrovende berekening, met veel kans op fouten!

49. $545 + 656 = 1201$

50. **RM** Vakantiegeld: $12 \times 1400 \times 0,08 = 1344$. Na inhouding blijft over $0,6655 \times 1344 = 894,432$, afgerond € $894,43$.
Commentaar: Is het vakantiegeld onderdeel van het jaarinkomen? Zo ja,

dan wordt het een heel andere berekening. Dit maakt de vraagstelling dubbelzinnig, en dus voor leerlingen verwarrend.

51. **RM** $20 \times 9/5 + 32 = 68$
Commentaar: Dit is een standaardvraag in de brugklas havo/vwo bij wiskunde. En wel zonder rekenmachine.

52. $0,87 \times 1500 = 1305$

53. **RM** $5 \times 6 \times 0,60 + 12 \times 25 \times 1,60 = 18 + 480 = 498$ m^3. Dat is 498000 liter.

54. **RM** In oude situatie $37600/14,2 \approx 2647,887324$ seconden, in nieuwe situatie $37600/16 = 2350$ seconden. Verschil ongeveer $2647,887324 - 2350 = 297,887324$ seconden, dat is afgerond 5 minuten.
Commentaar: Het bovenstaande zal wel de bedoeling zijn. Maar de vraagstelling roept tal van vragen op. Asha heeft de film sneller op haar computer staan. Sneller dan wat? Sneller dan wie? Je moet maar snappen wat de opgavemakers hebben bedoeld. Er staan in het plaatje *gemiddelde* downloadsnelheden. Maar of Asha in dit geval ook die gemiddelde snelheden haalt, is niet te zeggen. *De opgave is strikt genomen dus niet te maken!*

55. **RM** Nieuwe vloeroppervlak minstens $3770/1300 \times 1550 = 4495$, dus minstens 725 m^2 erbij.

56. **RM** Snelheid na correctie: 36, CAT 1A, dus boete € 38, −.
Commentaar: Er hoeft bij deze opgave niet te worden gerekend. Alleen aflezen uit de tabel. Rekenmachine nutteloos. ’t Is natuurlijk wel een tijdrovend zoekplaatje.

57. **RM** $15 \times 18 = 270$ bloembollen.
Commentaar: Hiervoor is alleen maar voorstellingsvermogen nodig. Hoe kun je dat trainen? Er is in elk geval geen rekenvaardigheid nodig.

58. $0,2 \times 30,5 = 6,1$

59. **RM** In 2011 verkocht: $5507/1,12 \approx 4917$ h/s-fietsen en $2746/0.915 \approx 3001$ racefietsen. Totaal 7918 fietsen in 2011. In 2012 in totaal 8253 fietsen verkocht. Toename $8253 - 7918 = 335$ fietsen, dat is $335/7918 \times 100 \approx 4,23086638$ procent, afgerond op 1 decimaal 4,2 procent.
Commentaar: Zeer bewerkelijk, veel tussenstappen, dus veel kans op fouten.

60. **RM** $2 \times (30 \times 45 + 60 \times 45) = 8100$ cm^2, dus 0,81 m^2.
Commentaar: Als ook de bodem geverfd wordt (er staat immers dat de gehele buitenkant zonder deksel wordt geverfd), dan komt er nog 0,18 m^2 bij. Wat moet een leerling doen die zich dit afvraagt? Een van de twee antwoorden zal fout worden gerekend.

3 Analyse van de inhoud van de toets

De opgaven zonder context

Er zijn 12 opgaven (van de 60, dus 20%) zonder context, namelijk de opgaven 3, 6, 10, 13, 19, 22, 27, 33, 36, 49, 52 en 58. Ze moeten zonder rekenmachine worden gemaakt.

Wat direct opvalt, is dat al deze opgaven van zeer laag niveau zijn: ten hoogste eind groep 6 van de basisschool. Bovendien zijn het geen doorsnee rekenopgaven. De getallen zijn zo gekozen dat ook leerlingen die *niet* de standaardrekenrecepten voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen beheersen, ze kunnen oplossen. Met gezond verstand of met een handigheidje. Met ietsje anders gekozen getallen zou dat niet meer lukken.

Een goed voorbeeld is opgave 3, waar gevraagd wordt naar $686 : 7$. Het handigheidje is hier $686 = 700 - 14$ dus $686 : 7 = 700 : 7 - 14 : 7 = 100 - 2 = 98$. Als je het ziet, is het makkelijk, maar je moet het maar zien. Maar wat doe je dan met $532 : 7$, of met $2438 : 53$?

Hoe dan ook, de beheersing van de standaardrekenrecepten wordt in de 3F-rekentoets niet getoetst. Het probleem van een gebrek aan rekenvaardigheid bij havisten en vwo-ers (de reden waarom deze rekentoetsen zijn ingevoerd) wordt door zulke toetsopgaven dus niet opgelost.

Contextopgaven die je vlot zonder rekenmachine kunt maken

Er zijn 14 contextopgaven die je gemakkelijk en snel zonder rekenmachine kunt uitrekenen, al dan niet met pen en papier, namelijk 5, 9, 11, 14, 15, 25, 33, 38, 39, 43, 46, 51, 53 en 57. Het rekenwerk daarbij is zo eenvoudig, dat verwacht mag worden dat havisten en vwo-ers er geen moeite mee hebben.
Voorbeeld: in opgave 51 wordt gevraagd 20 graden Celsius om te rekenen naar graden Fahrenheit, waarbij de omrekeningsformule gegeven is. Maar de rekentoetswijzer 3F schrijft voor dat bij contextopgaven *altijd* een rekenmachine beschikbaar wordt gesteld. Dit verhindert dus dat hier de rekenvaardigheid van leerlingen wordt getoetst.

Contextopgaven waarbij de oplossing uit meerdere stappen bestaat

Er zijn 15 contextopgaven waarbij de oplossing bestaat uit twee of meer onderscheiden stappen die elk fout kunnen gaan, namelijk 4, 7, 9, 12, 14, 16, 17, 18, 21, 23, 26, 28, 30, 31 en 34. Echter, deelpunten kunnen niet worden gegeven. Het antwoord is goed of fout, elke som is slechts 1 punt waard. Soms is de 'echte' som al klaar als er nog een laatste, triviale stap gezet moet worden, bijvoorbeeld het omrekenen van millimeters naar centimeters in opgave 46. Het vergeten van die laatste stap bij het intoetsen van het antwoord kost dan het volle punt.

Contextopgaven met een lastige context

Er zijn 20 opgaven waarbij het lastig of tijdrovend is om je in te leven in de contextbeschrijving, of om relevante gegevens uit de illustratie af te lezen, namelijk 2, 5, 12, 14, 15, 16, 18, 21, 26, 28, 29, 34, 41, 44, 46, 47, 48, 50, 54 en 59. Een goed voorbeeld is opgave 2, waarbij veel gelezen moet worden, of opgave 16 die veel inlevingsvermogen vergt. Het overwinnen van die moeilijkheden is dan een kwestie van leesvaardigheid en algemene intelligentie, niet van reken(machine)vaardigheid.

Contextopgaven met een dubbelzinnige of aanvechtbare vraagstelling

Er zijn 11 contextopgaven waarvan de vraagstelling dubbelzinnig of aanvechtbaar is, namelijk 7, 11, 16, 24, 35, 41, 42, 43, 50, 54 en 60. Bijvoorbeeld opgave 60, waarbij het niet duidelijk is of de onderkant van de kist ook geverfd wordt, of opgave 35, waarbij op een onverantwoorde manier met een kansmodel wordt omgegaan.

Contextopgaven waarbij de vraagstelling gekunsteld, misleidend of absurd is

Er zijn 27 contextopgaven waarbij de vraagstelling gekunsteld, misleidend of absurd is, namelijk 1, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 28, 29, 30, 34, 35, 37, 39, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 48, 54 en 59. Vaak gaat het om een berekening die in de praktijk niet nodig is, of om een vraag die niemand zich in zo'n situatie zou stellen. Veel van die opgaven doen de vraag rijzen waarom iemand dat zou willen weten.
Zulke sommen zijn voor leerlingen en docenten zeer demotiverend. Dit kan alleen maar leiden tot een nog verder groeiende weerzin tegen rekenen. Neem bijvoorbeeld opgave 41 over de zogenaamde studieschuldteller. Of vraag 14 over het zwembad dat vóór 10 uur 's avonds leeg moet zijn. Om nog maar te zwijgen van opgave 16 over de proefpartij tegels.

Conclusies

1. De rekentoets 3F lost niets op.
De voorbeeldtoets laat zien dat de rekentoetsen 3F in de huidige vorm geen oplossing bieden voor het probleem dat havo- en vwo-leerlingen over onvoldoende rekenvaardigheden beschikken. Er wordt niet getoetst of leerlingen de

standaardrekenvaardigheden voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen van gehele getallen, kommagetallen en breuken beheersen.

2. De rekentoets 3F toetst vooral leesvaardigheid en intelligentie.
Bij de contextopgaven in de rekentoets worden vooral leesvaardigheid en algemene intelligentie getoetst; het rekenen wordt aan de rekenmachine uitbesteed. Het toetsen van rekenmachinevaardigheid als zodanig is overbodig omdat havisten en vwo-ers al vanaf de brugklas gewend zijn met rekenmachines te werken. Het hoger onderwijs klaagt dan ook alleen maar over een gebrek aan rekenvaardigheid, niet over een gebrek aan rekenmachinevaardigheid.

3. De rekentoets 3F is niet trainbaar.
Een toets of examen met een civiel effect moet *trainbaar* zijn: leerlingen moeten zich door oefenen zodanig goed op de toets kunnen voorbereiden, dat zij tijdens de toets niet voor verrassingen komen te staan. Dat is bij rekenopgaven zonder context geen probleem, maar het kan wél een probleem zijn bij contextopgaven. Dit kan alleen maar worden opgelost als ook de contextopgaven zich beperken tot een overzichtelijk aantal welomschreven typen waarmee leerlingen uitgebreid kunnen oefenen voordat zij hun eerste officiële toetspoging doen. In de huidige vorm voldoen de rekentoetsen niet aan deze voorwaarde. Daardoor is de toets in niet onbelangrijke mate een intelligentietest geworden.

4. Geheimhouden van opgaven is onaanvaardbaar.
De tekortkomingen van veel van de hierboven geanalyseerde voorbeeldrekentoetsopgaven maken het eens te meer noodzakelijk dat direct na elke afname van een rekentoets *alle opgaven openbaar gemaakt worden.* Foute of aanvechtbare opgaven kunnen dan direct worden geneutraliseerd, zoals dat ook bij de overige eindexamens gebeurt. Daarnaast is openbaarheid noodzakelijk in verband met het hierboven genoemde punt 3. Wanneer de opgaven toch geheim worden gehouden, zal dat zeker leiden tot rechtszaken.

e-mail: J.vandeCraats ”at” uva.nl
homepage: `http://staff.science.uva.nl/~craats/`